

nella stessa sezione  $i$  si verificano poi, per definizione di  $\psi_v$ , le (3-23), dalle quali per sottrazione si ricava

$$\psi_v (M_{ai}^e \max - M_{ai}^e \min) \leq M'_{oi} - M''_{oi}$$

da cui

$$\psi_v = \frac{M'_{oi} - M''_{oi}}{M_{ai}^e \max - M_{ai}^e \min}$$

e quindi, per la (g'),

$$\psi_v \leq \gamma_v .$$

Poichè  $s_v$  è contemporaneamente un  $\psi_v$  e un  $\gamma_v$ , dati un qualsiasi  $\psi_v$  ed un qualsiasi  $\gamma_v$  può scriversi

$$\psi_v \leq s_v \leq \gamma_v . \quad (25)$$

Dalla (3-25) deriva il *teorema di unicità del coefficiente di sicurezza*. Si supponga infatti che esistano due coefficienti diversi  $s_{1v}$  ed  $s_{2v}$ , essendo  $s_{1v} < s_{2v}$ , e si consideri  $s_{1v}$  come  $\gamma_v$  ed  $s_{2v}$  come  $\psi_v$ ; si avrebbe  $\gamma_v < \psi_v$ , contro la (3-24).

Sia  $\gamma_v$  derivato dall'ipotesi di collasso incrementale; per ottenere da esso un  $\psi_v$ , dalle relazioni

$$M_{gi}^e + \gamma_v M_{ai}^e \max + M_i^* = M'_{oi}$$

oppure

$$M_{gi}^e + \gamma_v M_{ai}^e \min + M_i^* = M''_{oi}$$

(h')

analoghe alle (3-20) si ricavano i valori di  $M_i^*$  relativi alle  $i$  sezioni del meccanismo. Dai valori  $M_i^*$  si risale al diagramma degli  $M^*$  residui in tutta la struttura; ciò in modo univoco se il meccanismo impegna l'intera struttura, in un modo qualsiasi, purchè nel rispetto della statica, in caso contrario.

Si calcolano poi in ogni sezione i rapporti

$$\frac{\gamma_v M_a^e \max}{M'_o - M_g^e - M^*}$$

$$\frac{\gamma_v M_a^e \min}{M''_o - M_g^e - M^*}$$

(i')

di cui sia  $\rho$  il più elevato.

In ogni sezione si ha

$$\frac{\gamma_v M_a^e \max}{M'_o - M_g^e - M^*} \leq \rho$$

$$\frac{\gamma_v M_a^e \min}{M''_o - M_g^e - M^*} \leq \rho,$$

da cui si trae

$$M_g^e + \frac{\gamma_v}{\rho} M_a^e \max + M^* \leq M'_o \quad (l')$$

$$M''_o \leq M_g^e + \frac{\gamma_v}{\rho} M_a^e \min + M^* ;$$

dalle (l') si riconosce che

$$\frac{\gamma_v}{\rho} = \psi_v . \quad (26)$$

Dalla (3-25) si trae perciò

$$\frac{\gamma_v}{\rho} \leq s_v \leq \gamma_v . \quad (27)$$

Se il  $\gamma_v$  deriva dall'ipotesi di plasticizzazione alternata, si calcola nella sezione relativa il valore  $M_i^*$  attraverso l'una o l'altra della (h') che sono ambedue valide; gli altri  $M^*$  si calcolano in tutta la struttura con il solo rispetto della statica. Calcolati gli  $M^*$ , il procedimento per giungere al  $\psi_v$  è identico a quello già illustrato.

L'intervallo (3-27) si restringe, al solito, se nel secondo tentativo si prevedono cerniere in quelle sezioni ove nel primo tentativo si verificavano i valori più elevati dei rapporti (i').

Se  $\rho = 1$ , i momenti  $M^*$  coincidono con i momenti residui di stabilizzazione reali nelle zone della struttura ove possono calcolarsi univocamente, e cioè nelle zone interessate dal movimento del meccanismo.

### 9. Esempio di calcolo del coefficiente di sicurezza al collasso incrementale di un telaio.

Si riprende in esame il telaio già considerato al § 6 di questo Capitolo (fig. 3-40). Il telaio è stato nella realtà calcolato in fase elastica per una

zona sismica di prima categoria; si è indicata con la  $g$  la somma del peso proprio e di un terzo del carico accidentale.

La condizione di carico della fig. 3-40 è relativa alla scossa ondulatoria destrorsa; la scossa ondulatoria sinistrorsa si ottiene dalla condizione di carico della fig. 3-40 cambiando il segno delle forze orizzontali; è da considerare infine la scossa sussultoria, che prevede il solo carico  $g$  moltiplicato per 1,4. Si chiamano con gli indici 1, 2, 3 le condizioni di carico relative alla scossa sussultoria, all'ondulatoria destrorsa, ed all'ondulatoria sinistrorsa. Il calcolo in fase elastica è eseguito per rapporti tra i momenti di inerzia pari al rapporto tra i momenti limiti.

I valori dei momenti nei nodi per le tre condizioni di carico sono riportati nella fig. 3-52 a meno del fattore  $gl^2/100 = M_0/5$ . Si ricerca il coef-

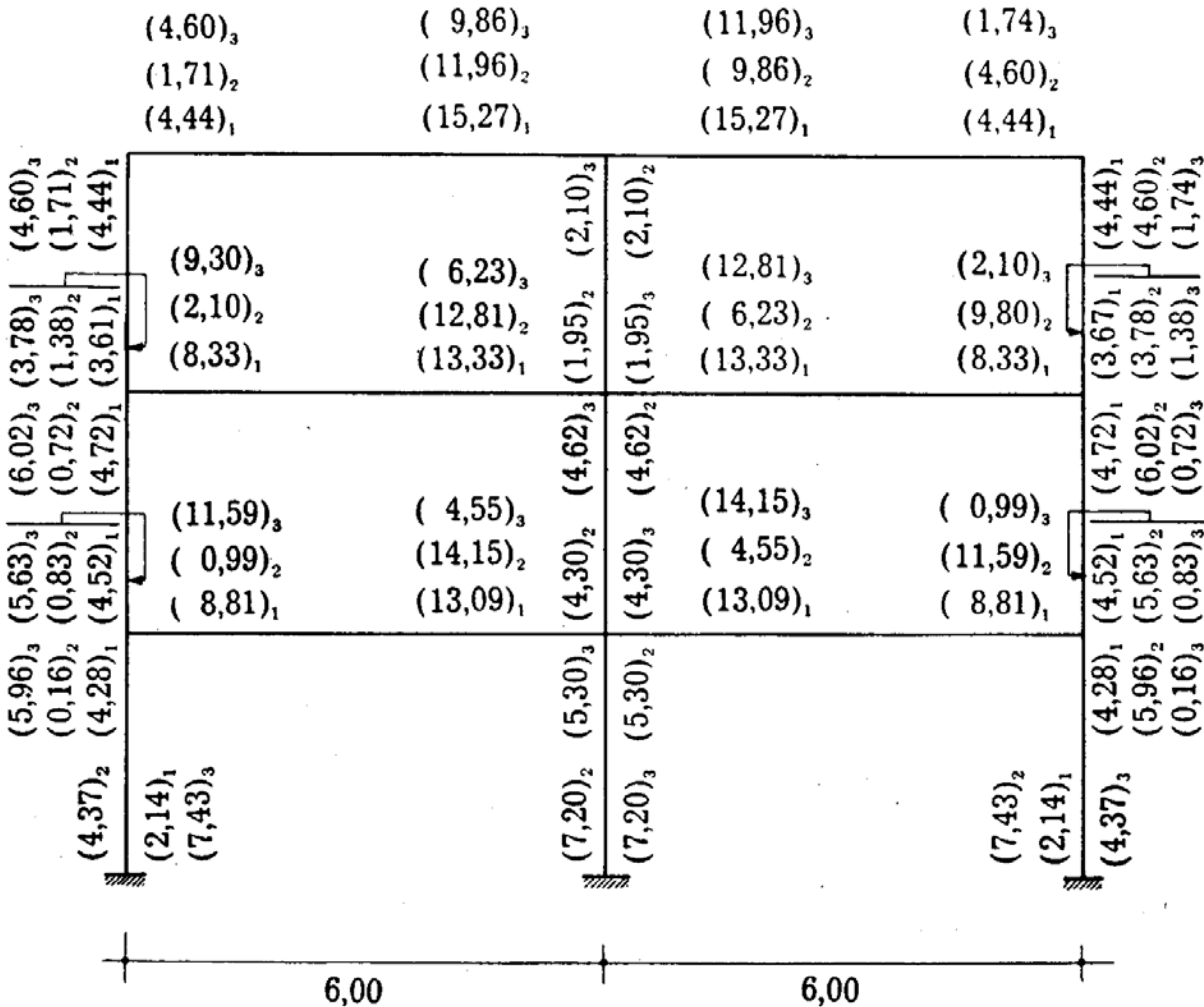


FIG. 3-52

ficiente di sicurezza per carico proporzionale. In genere, in telai comuni soggetti a carico sismico il meccanismo di collasso incrementale è un meccanismo di trave. Si è perciò prima di tutto indagato sui tre possibili

meccanismi di trave, prevedendo la cerniera intermedia all'ascissa cui corrisponde il più elevato valore dei momenti massimi.

Si hanno così i valori riportati nella tabella seguente.

Trave	Sezioni	Momenti max. o min.	Rotaz. relat.	Momenti limiti	Coeff. cinemat. sufficiente
10-11	10	$4,60 \frac{M_o}{5}$	0,577	$M_o$	$\gamma_v = \frac{31,34}{2,65 + 8,50 + 6,46} = 1,78$
	10-11 ( $x=0,423 \ell$ )	$8,50 \frac{M_o}{5}$	1,000	$4 M_o$	
	11	$15,27 \frac{M_o}{5}$	0,423	$4 M_o$	
7-8	7	$9,80 \frac{M_o}{5}$	0,536	$(1+2) M_o$	$\gamma_v = \frac{37,32}{5,25 + 7,00 + 6,18} = 2,02$
	7-8 ( $x=0,464 \ell$ )	$7,00 \frac{M_o}{5}$	1,000	$4 M_o$	
	8	$13,33 \frac{M_o}{5}$	0,464	$4 M_o$	
4-5	4	$11,59 \frac{M_o}{5}$	0,531	$4 M_o$	$\gamma_v = \frac{40}{6,15 + 6,40 + 6,64} = 2,08$
	4-5 ( $x=0,469 \ell$ )	$6,40 \frac{M_o}{5}$	1,000	$4 M_o$	
	5	$14,15 \frac{M_o}{5}$	0,469	$4 M_o$	

Si parte perciò dal  $\gamma$  relativo al meccanismo della trave 10-11 per ottenere un  $\phi$ .

Nella fig. 3-53 sono riportati i diagrammi dei momenti moltiplicati per il valore 1,78. Nella sezione 10 del ritto è  $\gamma_v M_{\min} = -1,64 M_o$ , il momento limite è  $-M_o$ , il momento residuo  $M^*$  è perciò  $+0,64 M_o$ .

Nella sezione ad  $x = 0,423 \ell$  è  $\gamma_v M_{\max} = 3,03 M_o$ , il momento limite è  $4 M_o$ , il momento residuo è perciò pari a  $+0,97 M_o$ . Nella sezione 11 è  $\gamma_v M_{\min} = -5,44 M_o$ , il momento limite è  $-4 M_o$ , il momento residuo è perciò  $+1,44 M_o$ . Lungo la trave 10-11 il diagramma dei momenti residui — rettilineo — è univocamente determinato. Una distribuzione complessiva compatibile di momenti residui è quella della fig. 3-53. Da essa

risulta che ovunque i rapporti ( $i'$ ) sono minori dell'unità. Quindi può scriversi

$$\gamma_v = s_v = 1,78 .$$

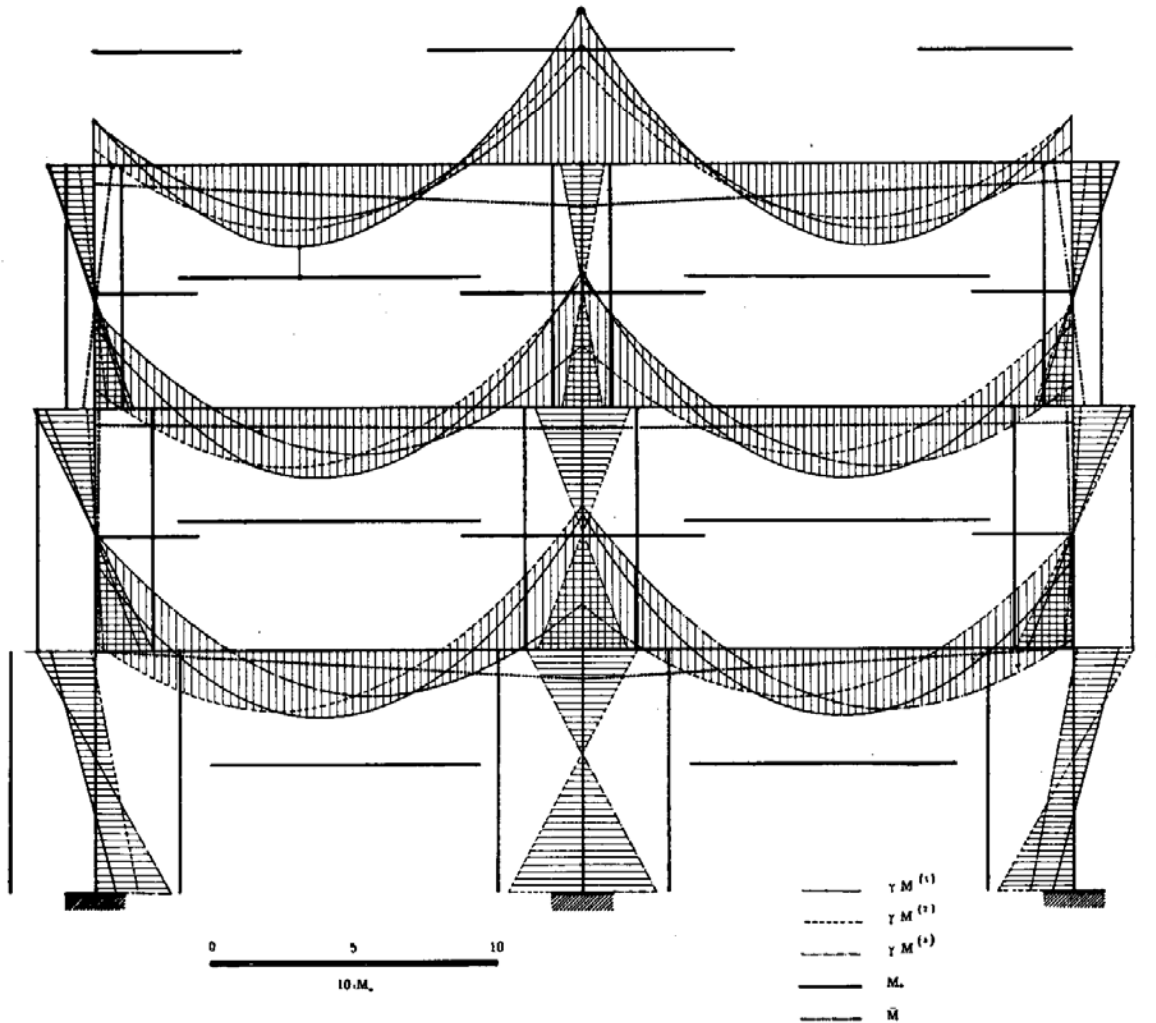


FIG. 3-53

Per confrontare i coefficienti di sicurezza per collasso statico (già calcolati) e per carichi alternati è utile la seguente tabella

Condizione di carico 1 (scossa sussultoria; 1,4 g)	$s = \frac{2,58}{1,4} = 1,84$
Condizioni di carico 2 e 3 (scossa ondulatoria; forze orizzontali $\frac{2 g l}{10}$ e verticali g)	$s = 2,23$ $s_a = 2,79$
Carichi alterni	$s_v = 1,78$

Nel caso in esame alla condizione di carichi alterni corrisponde un coefficiente di poco più piccolo di quello della condizione di carico statico sussultorio; ciò dipende dalla piccola altezza del manufatto (tre piani).

#### 10. Gli spostamenti nella fase precedente immediatamente il collasso.

La conoscenza degli spostamenti nella fase che precede immediatamente il collasso è di fondamentale interesse. Innanzitutto essa è necessaria, in molti casi, per controllare l'attendibilità dell'ipotesi che sta alla base della teoria dei corpi rigido-plastici così come esposta finora, e cioè che le caratteristiche della sollecitazione nella fase di crollo incipiente siano ancora calcolabili sulla struttura indeformata (ipotesi di piccolezza degli spostamenti). Soprattutto, però, la conoscenza degli spostamenti che precedono immediatamente la crisi è preziosa perchè permette la valutazione, sia pure in via approssimata, delle deformazioni nelle cerniere plastiche, e quindi un giudizio sulla attendibilità della formazione del meccanismo su cui è basato il calcolo del coefficiente di sicurezza a rottura.

E' proprio per questa via che si riesce a ridimensionare alcuni risultati apparentemente paradossali della teoria dei corpi rigido-plastici. Classico il caso della trave continua caricata in una sola campata, in cui, variando da zero ad  $\infty$  il rapporto tra la luce delle campate laterali e la luce della campata in parola, si passa con continuità dallo schema di trave perfettamente incastrata a quello di trave incastrata elasticamente fino a quello di trave appoggiata; eppure la teoria dei corpi rigido-plastici fornisce, per qualsiasi valore del rapporto delle luci, lo stesso coefficiente di sicurezza, coincidente con quello della trave incastrata. Il paradosso, che indusse addirittura studiosi come lo Stüssi ed il Kollbrunner a dichiarare di non pratica applicazione l'intera teoria dei corpi rigido-elastici, è superabile con immediatezza se si fa ricorso agli spostamenti; infatti aumentando il rapporto tra la luce delle campate adiacenti e quella della campata in questione aumentano anche, in corrispondenza degli appoggi, le rotazioni plastiche calcolate in fase di incipiente rottura in base alla teoria dei corpi rigido-plastici, fino a raggiungere un valore intollerabile perchè si attingono le massime  $\epsilon$  plastiche consentite dal materiale. E' evidente che, aumentando ulteriormente il suddetto rapporto, il coefficiente di sicurezza calcolabile con la teoria dei corpi rigido-plastici non è in realtà raggiungibile, perchè prima che esso sia attinto si verifica la rottura nella sezione plasticizzata in campata.

Il calcolo degli spostamenti è automatico nel procedimento *step by step*; in ogni fase, intendendo per fase l'intervallo di carico compreso tra la formazione di una generica cerniera plastica e quella della successiva, gli spostamenti si calcolano, in periodo elastico e sulla struttura così come

costituita in quella fase, sotto la differenza tra le forze presenti alla fine ed all'inizio della fase stessa; si sommano poi gli spostamenti relativi a tutte le fasi.

Gli angoli di rotazione relativa in corrispondenza di una generica cerniera plastica sono in ogni fase dello stesso segno; se infatti in una fase l'angolo cambia segno, ciò vuol dire che la cerniera non si comporta più come tale (le cerniere plastiche sono irreversibili, come già detto al § 2 di questo Capitolo), e quindi occorre cancellare il calcolo della fase incriminata, appena terminato, e sostituirlo con il calcolo di una struttura analoga, ma con la cerniera in parola eliminata. Solo se, come talora accade, la cerniera plastica si forma in una sezione in cui già precedentemente si era formata una cerniera sotto momento limite di segno opposto, gli angoli di rotazione relativa in corrispondenza di essa sono di segno diverso.

Si può anche verificare, perciò, che nella deformata corrispondente al momento immediatamente prima del collasso la rotazione relativa in una cerniera plastica sia di segno uguale a quello del momento limite.

E' evidente che ciò non si verifica più nella deformata di collasso, che è deformata di meccanismo, e parte da quella corrispondente al momento immediatamente precedente il collasso.

Anche nella teoria dei corpi rigido-elastici è però possibile calcolare gli spostamenti, o per lo meno fare su di essi delle importanti valutazioni di carattere quantitativo che possono valere a rassicurare circa l'effettivo raggiungimento del carico di rottura teorico all'aumentare dei carichi.

Un teorema dovuto all'Hodge si enuncia nella forma originaria come segue: « Sia calcolato lo spostamento nell'ipotesi che ciascuna delle cerniere si sia formata per ultima. Se nel processo di carico nessuna cerniera si è prima formata e poi richiusa, allora il più elevato degli spostamenti calcolati come prima è quello corretto per la struttura idealizzata. Se qualche cerniera ha subito un processo di scarico, il più elevato degli spostamenti calcolati come prima è più elevato dello spostamento corretto ».

Il teorema è dimostrato per una sola forza agente (l'enunciato infatti è corretto solo se per spostamento si intende non un generico spostamento, ma quello corrispondente all'unica forza agente), ed è limitato al caso in cui la cerniera che ha subito un processo di scarico è una di quelle del meccanismo di rottura.

Un teorema più generale (Locascio 1962) è il seguente: « Sia calcolata la deformata immediatamente precedente la rottura (*deformata limite*) nell'ipotesi che una delle  $n$  cerniere del meccanismo sia quella che si forma per ultima, e nell'ipotesi che eventuali distorsioni da ritorno in fase elastica (*distorsioni occulte*) siano presenti solo nelle  $n - 1$  cerniere che si formano per prime. Delle  $n$  deformate così calcolate, quella cui corrisponde il massimo valore della  $\Sigma F\eta$  è la reale, se sono comunque assenti altre distorsioni occulte. Rispetto a tale deformata, la deformata reale in presenza di altre distorsioni occulte è caratterizzata da una  $\Sigma F\eta$  di valore uguale o più piccolo ».

Sia  $\eta_D$  (fig. 3-54 c) la deformata limite calcolata nell'ipotesi che la cerniera di ultima formazione sia D (fig. 3-54 a), e nell'ipotesi ancora di assenza di distorsioni occulte in tutta la struttura, fuorchè, eventualmente, in A, B e C; essa è univocamente determinata, e si ottiene operando in fase elastica sulla struttura della fig. 3-54 b, isostatica, caricata dalle forze  $sF$  e dalle coppie limiti nelle cerniere A, B, C.

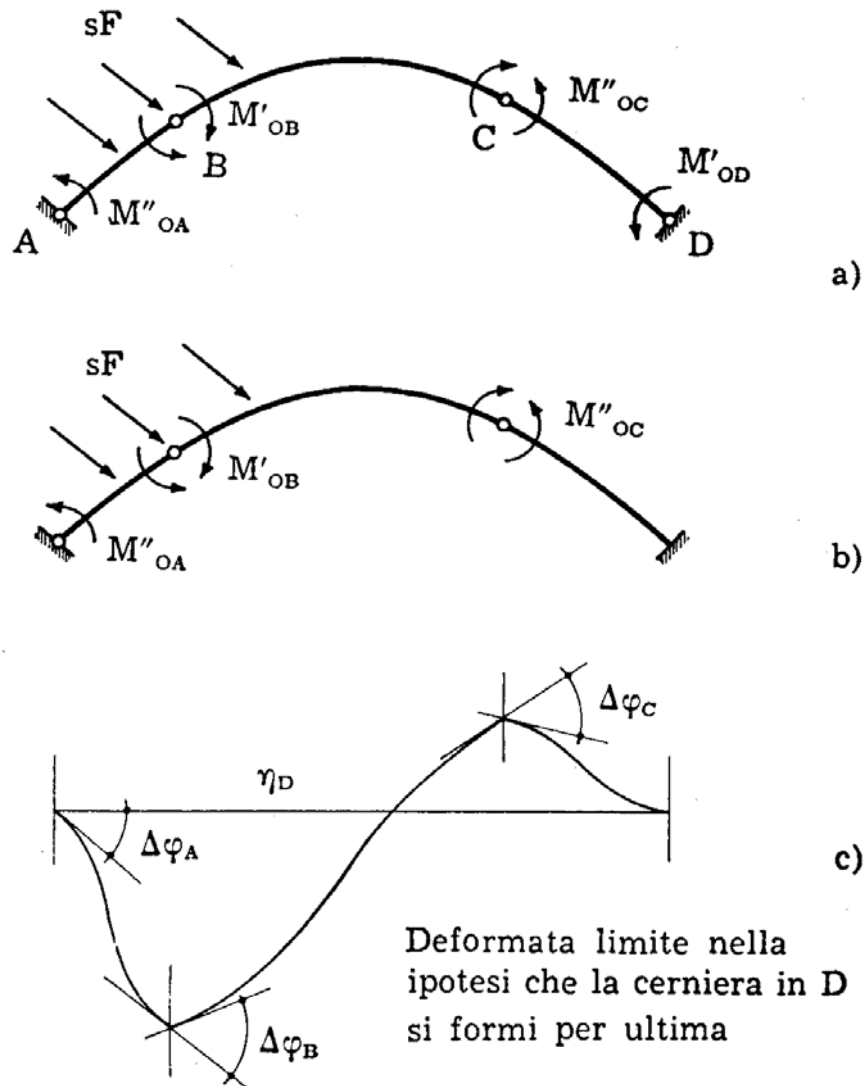


FIG. 3-54 a), b), c)

Sia poi  $\eta_B$  (fig. 3-54 e) la deformata limite calcolata nell'ipotesi che la cerniera di ultima formazione sia B, e nell'ipotesi di assenza di distorsioni occulte in tutta la struttura, fuorchè, eventualmente, in A, C, D.

Dalla  $\eta_D$  alla  $\eta_B$ , o viceversa, si passa aggiungendo, o sottraendo, una qualsiasi delle deformate rigide affini connesse con il meccanismo di cerniera ABCD; infatti le deformazioni elastiche della  $\eta_D$  sono uguali a quelle della  $\eta_B$ .

Se la  $\eta_D$  è la deformata effettiva, e se sono comunque assenti distorsioni



occulte, le rotazioni relative in corrispondenza delle cerniere A, B, C debbono essere dello stesso segno delle rotazioni della deformata reale di collasso (fig. 3-54 f), perchè per ipotesi non si hanno ritorni in fase elastica

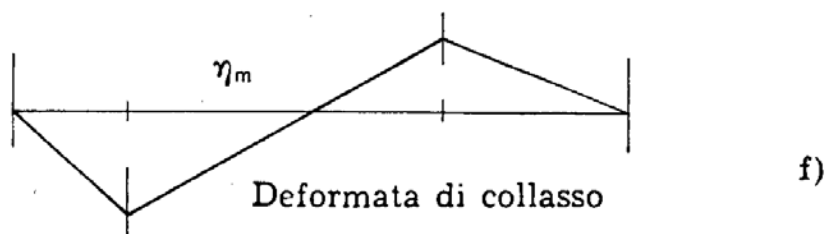
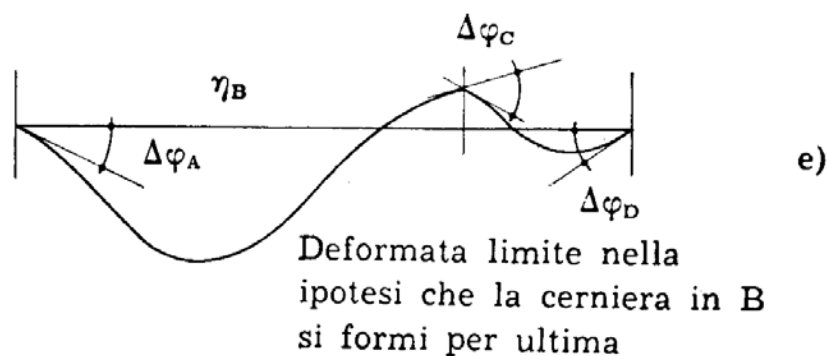
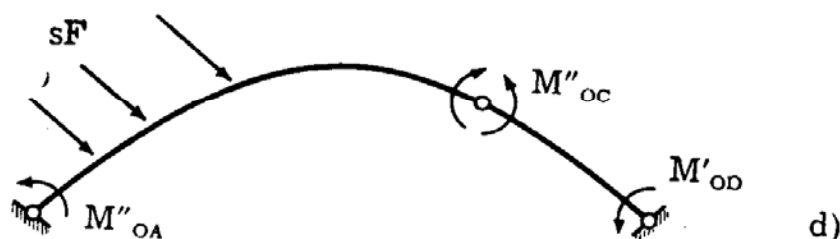


FIG. 3-54 d), e), f)

in nessuna sezione, in particolare nelle cerniere del meccanismo di rottura. Dunque aggiungendo ad  $\eta_D$  una deformata  $\eta_m$  dello stesso segno di quella reale,  $\Delta\varphi_B$  aumenta; ciò significa che per passare da  $\eta_D$  reale ad  $\eta_B$  occorre ad  $\eta_D$  aggiungere una  $\eta_m$  di segno contrario a quello del moto reale del meccanismo di rottura, per cui la  $\Sigma F\eta$  diminuisce.

Quindi delle  $n$  deformate limiti la reale è quella cui corrisponde il più grande valore della  $\Sigma F\eta$ .

Se distorsioni occulte sono presenti, ma solo nelle  $n - 1$  cerniere che si formano per prime, la deformata reale all'inizio del collasso può ancora essere la  $\eta_D$ .

Infatti, se in B (o in A, o in C) si è prima attinto il momento limite

di segno opposto a quello presente nel meccanismo di rottura, può darsi che la rotazione relativa nella deformata limite sia malgrado ciò ancora dello stesso segno di quella della deformata di collasso, e in tal caso la  $\eta_D$  continua ad essere la deformata limite reale. Se  $\Delta\varphi_A$ ,  $\Delta\varphi_B$  e  $\Delta\varphi_C$  sono dello stesso segno delle rotazioni del moto reale del meccanismo di rottura, si verifica appunto tale circostanza.

Se invece qualcuna delle  $\Delta\varphi_A$ ,  $\Delta\varphi_B$  o  $\Delta\varphi_C$  è di segno contrario a quella del moto di rottura, la deformata limite reale può non essere più quella cui corrisponde la massima  $\Sigma F\eta$ , ma comunque è sempre da ricercarsi tra le altre  $n - 1$  deformate limiti calcolate come già detto, per l'ipotesi che nessun ritorno in fase elastica abbia avuto luogo fuori delle  $n - 1$  cerniere che si formano per prime.

Se il ritorno in fase elastica è avvenuto in qualche cerniera che una volta chiusasi non è più ricomparsa fino all'incipiente collasso (in esse è da includersi anche la cerniera del meccanismo a rottura che si forma per ultima), nella struttura sono presenti, in corrispondenza delle sezioni ove il suddetto fenomeno ha avuto luogo, delle distorsioni concentrate di rotazione relativa pari alle rotazioni presenti nelle cerniere plastiche al momento in cui esse si sono richiuse. Quindi alla deformata calcolata come sopra, e cioè in periodo elastico sulla struttura isostatica in cui la cerniera che effettivamente per ultima si chiude è soppressa, caricata dalle forze di crisi e dalle coppie limiti in corrispondenza delle cerniere plastiche, è da aggiungere la deformata provocata dalla distorsione, che è, trattandosi di struttura isostatica, costituita da una spezzata rettilinea.

L'energia di deformazione elastica della struttura all'inizio della rottura è fornita in ogni caso da

$$L = \int \frac{M^2 ds}{2 EI} ;$$

essa è indipendente da qualsiasi distorsione occulta, e così pure dalla cerniera che si forma per ultima, perchè è funzione solo dei momenti  $M$ , che sono noti una volta conosciuto il meccanismo di rottura e il coefficiente di sicurezza.

Si può anche scrivere (\*)

$$L = \frac{1}{2} \Sigma F\eta + \frac{1}{2} \Sigma M_0 \Delta\varphi . \quad (m')$$

L'energia  $\bar{L}$  in parte è restituibile, in parte vincolata; la parte  $L$  vincolata è

$$L = \frac{1}{2} \Sigma M_p \Delta\varphi$$

(\*) Le  $\eta$  e i  $\Delta\varphi$  sono quelli presenti all'inizio del collasso; la (m') è l'espressione generalizzata di Clapeyron in presenza di forze e distorsioni.

dove i momenti  $M_0$  sono quelli provocati sulla struttura originaria dalle sole distorsioni  $\Delta\varphi$ .

Circa il segno,  $L$  ed  $\bar{L}$  sono sempre positivi,  $\Sigma F\gamma$  è pure positiva; la  $\Sigma M_0 \Delta\varphi$  negativa, perchè in caso contrario l'energia di deformazione provocata nella struttura originaria dalle forze  $F$  e dalle distorsioni  $\Delta\varphi$  (in questo calcolo è valido il principio di sovrapposizione) sarebbe maggiore del lavoro svolto dalle forze applicate, e questo non è possibile, perchè le  $\Delta\varphi$  sono di carattere plastico.

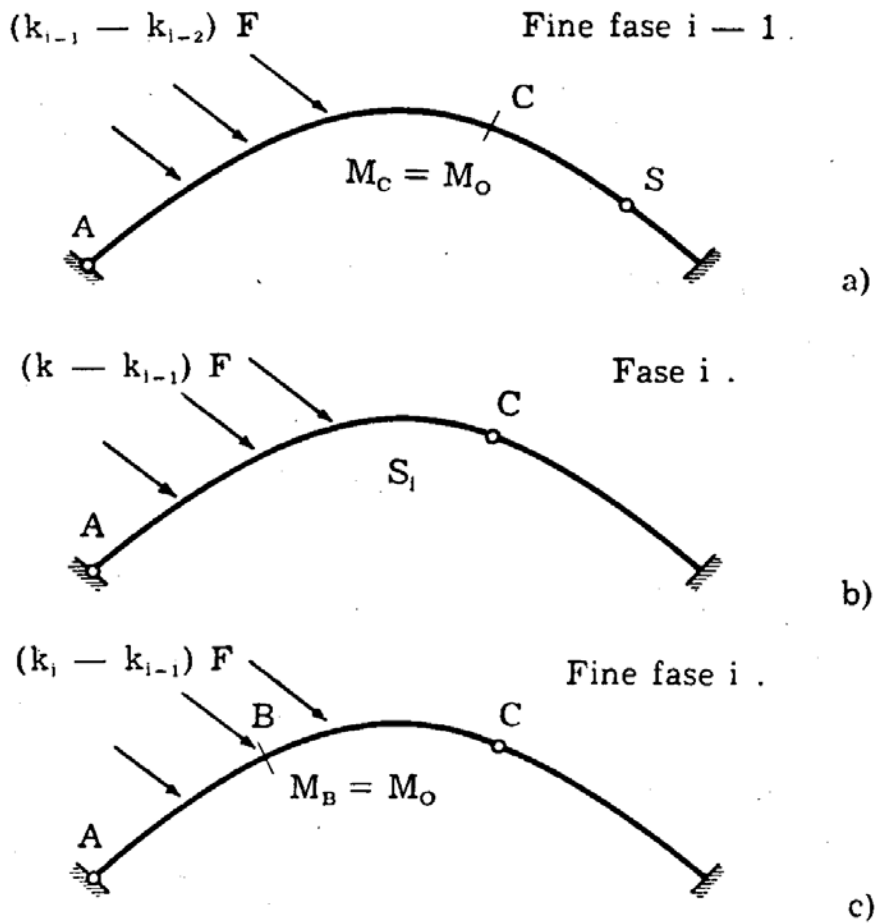


FIG. 3-55 a), b), c)

L'energia  $L$  può anche calcolarsi nel procedimento *step by step* come somma delle energie delle fasi successive. Siano  $(k - k_{i-1}) F$  le forze agenti nella fase  $i$  ( $k_{i-1} \leq k \leq k_i$ ),  $S_1$  la struttura sulla quale si opera, in periodo elastico, nella fase  $i$ ,  $k_{i-1} F$  le forze ed  $M_0$  le coppie limiti presenti in totale sulla struttura alla fine della fase  $i-1$ . Nella fig. 3-55 a) alla fine della fase  $i-1$  sono segnate sole le forze  $(k_{i-1} - k_{i-2}) F$ , forze finali relative a quella fase. Il regime tensionale però dipende dalle sollecitazioni di tutte le fasi precedenti.

L'energia elastica  $L_1$  immagazzinata dalla struttura nella fase  $i$  è fornita da

$$L_i = (k_i - k_{i-1}) \Sigma \frac{F\eta_i}{2} + k_{i-1} \Sigma F\eta_i + \Sigma M_{oi} \Delta\varphi_i$$

dove  $\eta_i$  e  $\Delta\varphi_i$  sono gli spostamenti e le rotazioni relative della fase  $i$ . Si ha perciò

$$L = \Sigma_i L_i = \Sigma_i (k_i - k_{i-1}) \Sigma \frac{F\eta_i}{2} + \Sigma_i k_{i-1} \Sigma F\eta_i + \Sigma_i \Sigma M_{oi} \Delta\varphi_i \quad (n')$$

La presenza di distorsioni occulte fa aumentare, o diminuire, sia la  $\Sigma F\eta$  che la  $|\Sigma M_o \Delta\varphi|$ , poichè  $L$  rimane costante. Per stabilire se si ha

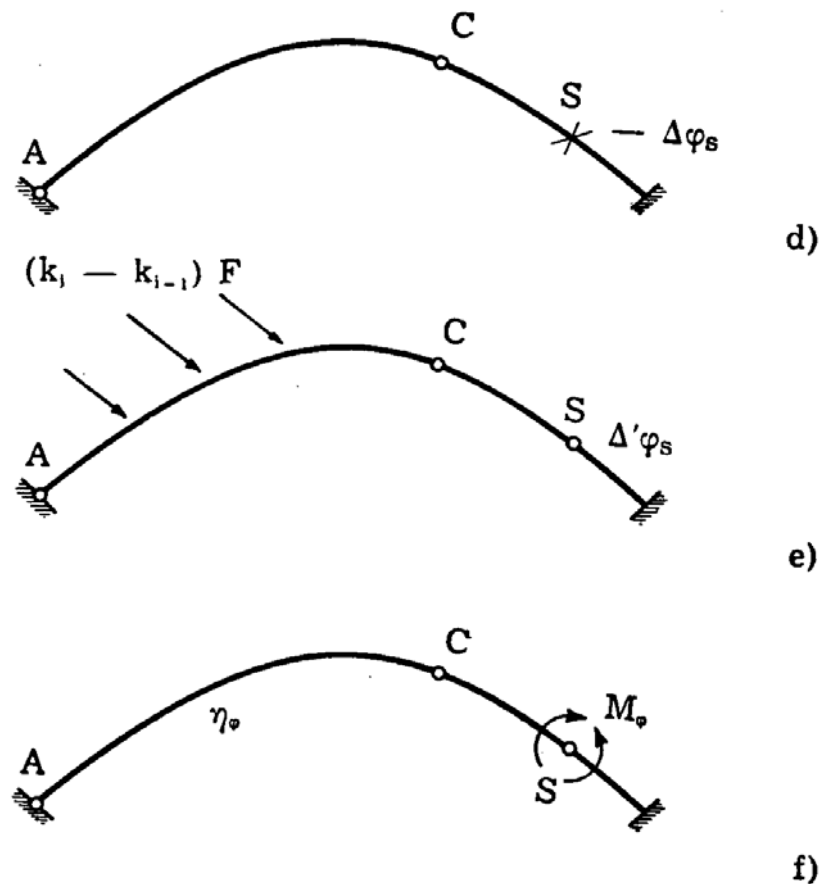


FIG. 3-55 d), e), f)

diminuzione o aumento, conviene rifarsi al procedimento *step by step*, con riferimento alla fase che ha inizio nel momento in cui, contemporaneamente alla formazione di un'altra cerniera C, si chiude la cerniera in una sezione S (fig. 3-55 d). Per giungere ai valori di  $\Sigma F\eta$  e  $\Sigma M_o \Delta\varphi$  che si calcolano sulla struttura all'atto del collasso in assenza di distorsioni occulte, basta, sulla struttura della fase  $i$ , ed una volta esaurita la fase stessa,

far agire in S la distorsione  $-\Delta\varphi_S$ , ove  $\Delta\varphi_S$  è la rotazione relativa presente in S all'atto della chiusura.

La rotazione  $\Delta\varphi_S$  è di segno opposto a quella  $\Delta'\varphi_S$  del sistema della fig. 3-55 e; infatti il sistema della fig. 3-55 b è senza cerniera in S proprio perchè, operando sul sistema con cerniera in S, si scopre in S una  $\Delta'\varphi_S$  dello stesso segno di  $M_{oS}$ , impossibile in fase plastica; e d'altro canto  $\Delta\varphi_S$  è di segno contrario ad  $M_{oS}$ . Quindi la rotazione  $-\Delta\varphi_S$  è dello stesso segno di  $\Delta'\varphi_S$ . Il principio di Betti applicato ai due sistemi delle figg. 3-55 e e 3-55 f, equivalenti al 3-55 d, porta alla relazione

$$M_\varphi \Delta'\varphi_S = \Sigma (k_{i+1} - k_i) F_i \eta_\varphi$$

e, poichè è  $M_\varphi$  dello stesso segno di  $-\Delta\varphi_S$  e di  $\Delta'\varphi_S$ , è pure

$$\Sigma (k_{i+1} - k_i) F_i \eta_\varphi > 0 .$$

Dalla (n') risulta perciò che anche  $|\Sigma_i \Sigma M_{oi} \Delta\varphi_i|$  aumenta. Ciò è segno che la presenza di distorsioni occulte fa anche diminuire  $\Sigma F_i \eta_i$  e  $|\Sigma M_{oi} \Delta\varphi_i|$ .

La deformata, alla quale si sommano gli spostamenti dovuti alle distorsioni occulte — costituite, come già detto, da spezzate rettilinee connesse con meccanismi di cui le cerniere plastiche di rottura, esclusa la finale, fanno parte — è sempre quella tra le  $n$  deformate limiti calcolate in fase esclusivamente elastica cui corrisponde il più elevato valore di  $\Sigma F_i \eta_i$ , se non si siano verificati ritorni in fase elastica nelle prime  $n-1$  cerniere del meccanismo di rottura. E infatti le rotazioni relative in corrispondenza delle cerniere nella deformata vera devono ancora essere dello stesso segno delle rotazioni della deformata reale di collasso, perchè non si hanno ritorni in fase elastica nelle cerniere del meccanismo di rottura, e quindi continua ad essere vero il teorema già dimostrato ad inizio di paragrafo, anche con riferimento alle deformate cui siano sommate le deformate dipendenti dalle distorsioni occulte.

Dalla conoscenza delle rotazioni relative in corrispondenza delle cerniere plastiche non è possibile risalire al valore delle deformazioni plastiche; queste infatti risulterebbero comunque infinitamente grandi. Ciò dipende dallo schema adottato, basato sull'ipotesi che tutte le deformazioni plastiche siano concentrate in un concio di spessore piccolissimo. In realtà le deformazioni plastiche sono distribuite in una larga zona di trave attorno ad ogni cerniera plastica. L'Hodge consiglia, per strutture metalliche, di supporre che le deformazioni plastiche siano distribuite uniformemente in un concio di lunghezza finita pari ad  $1/24$  della lunghezza  $l$  della più corta delle travi interessate dalla cerniera plastica. Se  $2h$  è l'altezza della trave e  $\Delta\varphi$  la rotazione relativa, risulta così per la massima deformazione plastica

$$\varepsilon_m = \frac{24 \Delta\varphi \cdot h}{l} . \quad (28)$$

In appendice si forniranno alcune proposte per il calcolo della massima  $\Delta\varphi$  consentita nelle strutture in conglomerato armato.

### 11. Verifica a rottura di un telaio in cemento armato.

Il telaio (fig. 3-56), fa parte dell'ossatura portante di un edificio per abitazioni civili che sorge in zona sismica di 1<sup>a</sup> categoria.

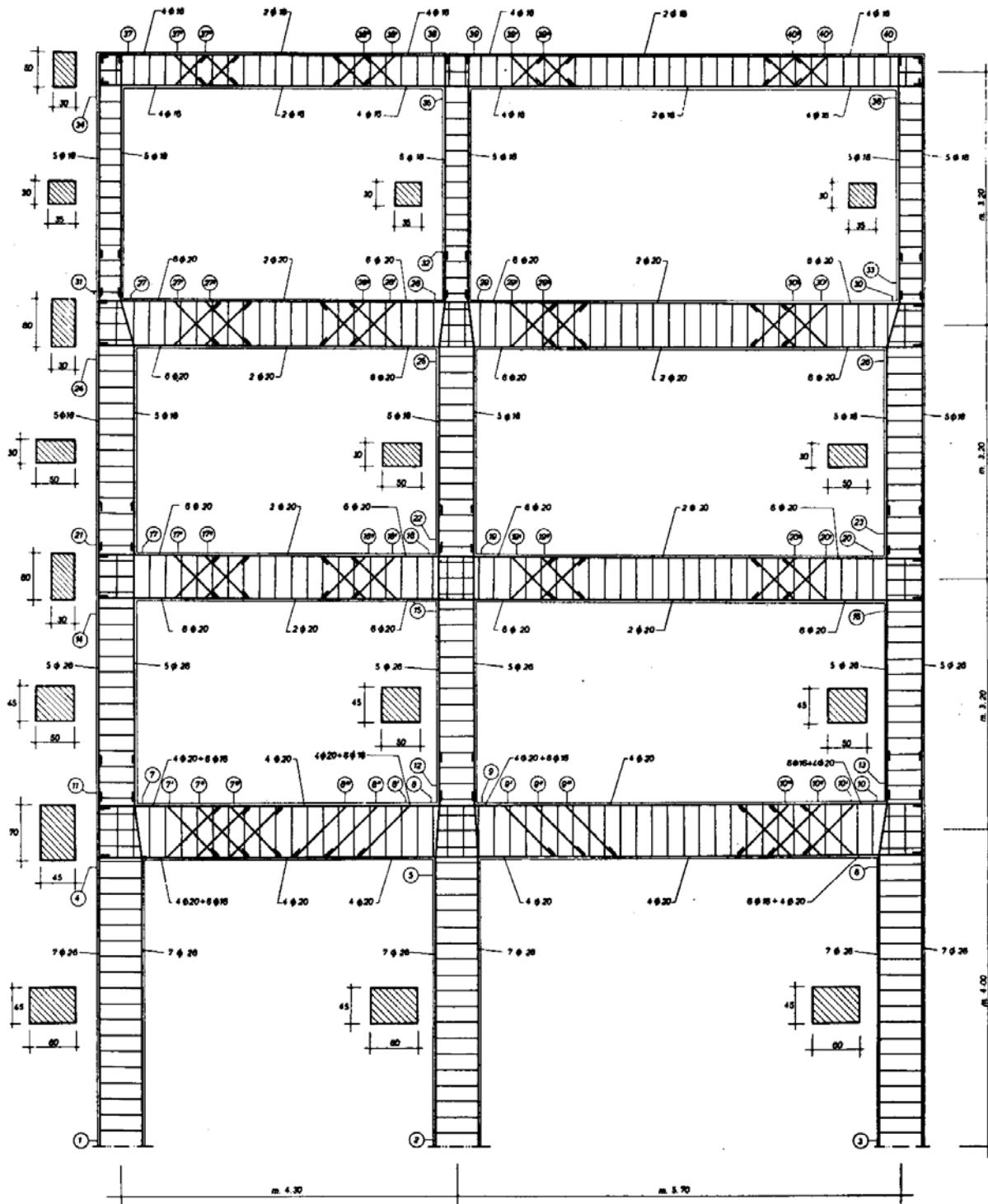


FIG. 3-56

I carichi di progetto sono riportati nello schema di fig. 3-57: i valori senza parentesi si riferiscono al carico  $p = g + a/3$  (in kg/m) imposto dalle norme italiane per i fabbricati per abitazioni in zona sismica di 1ª categoria; ( $g =$  carico fisso,  $a =$  carico accidentale). Il carico  $p$  si considera agente in presenza di scossa ondulatoria. La forza orizzontale (espressa in t), a ciascun piano, è determinata, sempre seguendo le citate norme, moltiplicando per 0,10 la risultante dei carichi  $p$  relativi al piano stesso,

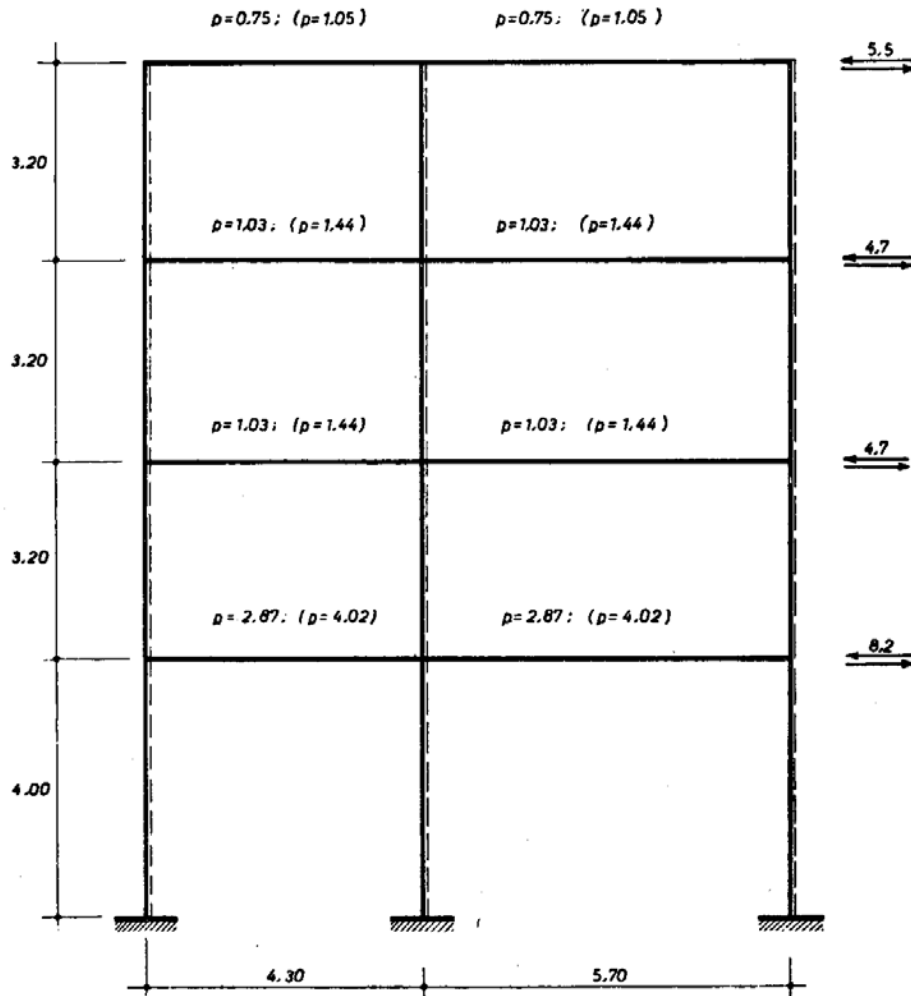


FIG. 3-57

ridotti ai nodi. I carichi tra parentesi rappresentano i valori  $1,40 p$ , richiesti dalle norme per il calcolo degli effetti dovuti alla scossa sismica.

Nella fig. 3-56 sono anche indicate le sezioni di possibile localizzazione delle cerniere plastiche (sezioni critiche).

Queste sezioni sono state scelte in prossimità delle sagomature dei ferri, ove cioè l'area metallica presenta una brusca diminuzione, e in corri-

spondenza delle sezioni di estremità delle travi e dei pilastri dove il momento raggiunge i valori estremi.

I momenti limiti, calcolati con la formula usuale, sono riportati in

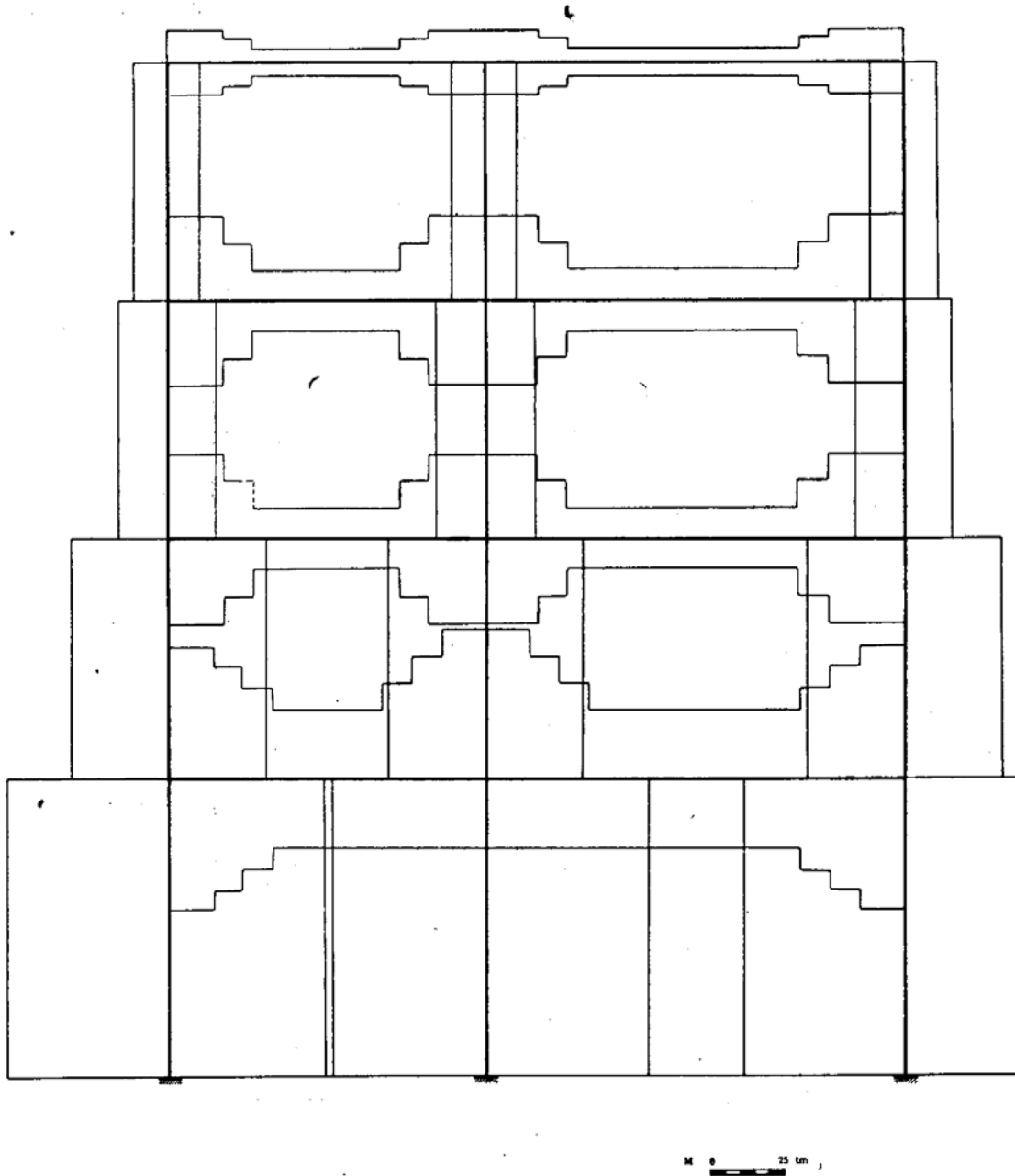


FIG. 3-58

diagramma nella fig. 3-58, espressi in tm; si è posto per il calcolo di questi momenti

$$\sigma_{\text{snerv}} = 2800 \text{ kg/cmq} \quad \sigma_{\text{nc}} = 225 \text{ kg/cmq}$$

Il momento nei pilastri è positivo se tende le fibre poste dalla parte della



linea tratteggiata nella fig. 3-57. Nelle travi è positivo il momento che tende le fibre inferiori.

Il calcolo del telaio in fase elastica conduce ai tre diagrammi dei momenti riportati nella fig. 3-59.

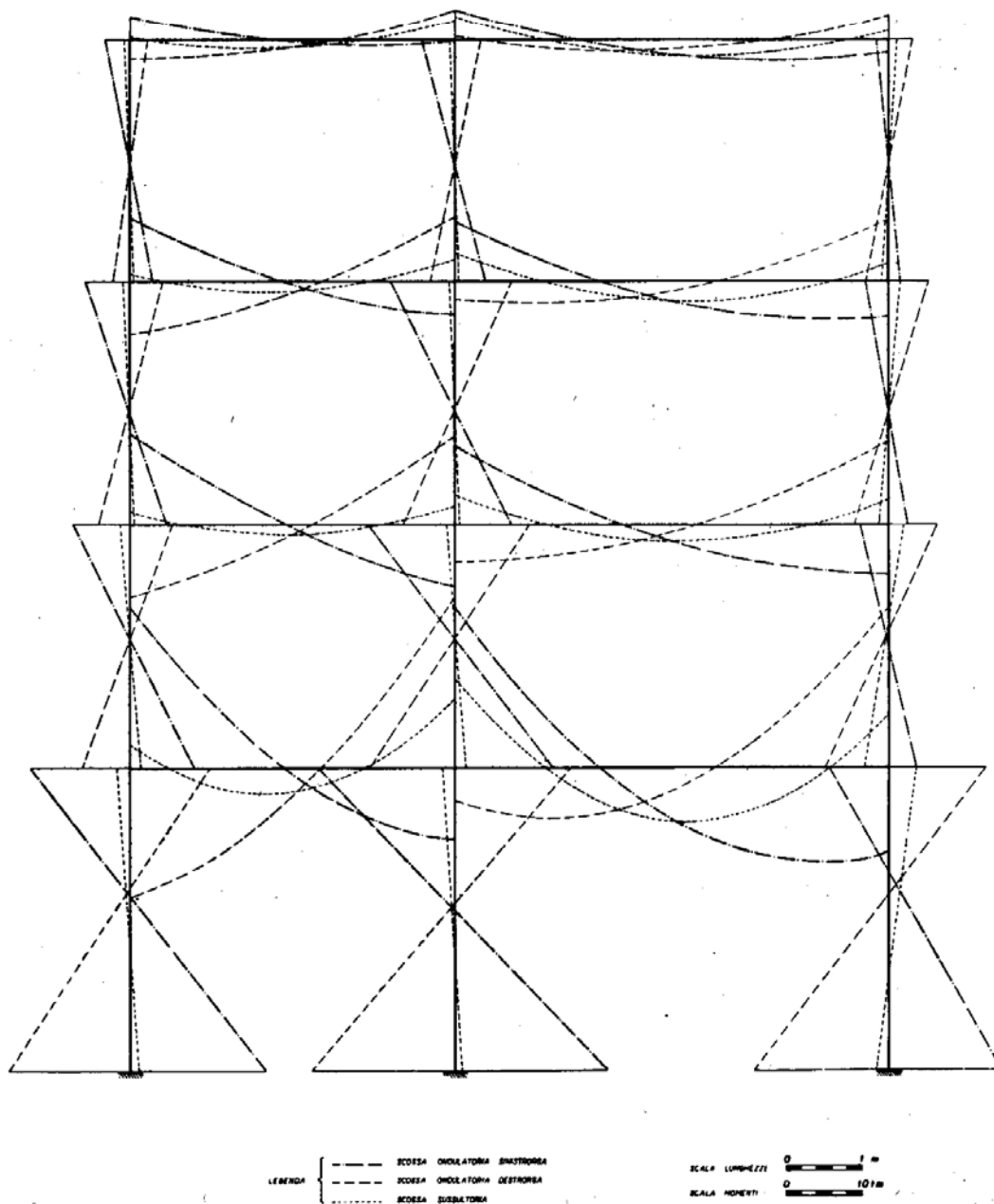


FIG. 3-59

Si riporta la verifica a rottura del telaio secondo la successione qui indicata:

1° *Collasso statico*. — Condizione di carico: scossa ondulatoria destrorsa.

2° *Collasso statico*. — Condizione di carico: scossa ondulatoria sinistrorsa.

3° *Collasso statico*. — Condizione di carico: scossa sussultoria.

*Collasso incrementale*. — Le condizioni precedenti di carico si susseguono in cicli successivi indefinitamente e comunque alternantisi.

Per tutte le condizioni sopra elencate si ricerca il coefficiente di sicurezza per carico proporzionale.

1° *Collasso statico*. — Condizione di carico: scossa ondulatoria destrorsa. Come meccanismo di 1° tentativo si assume quello riportato nella

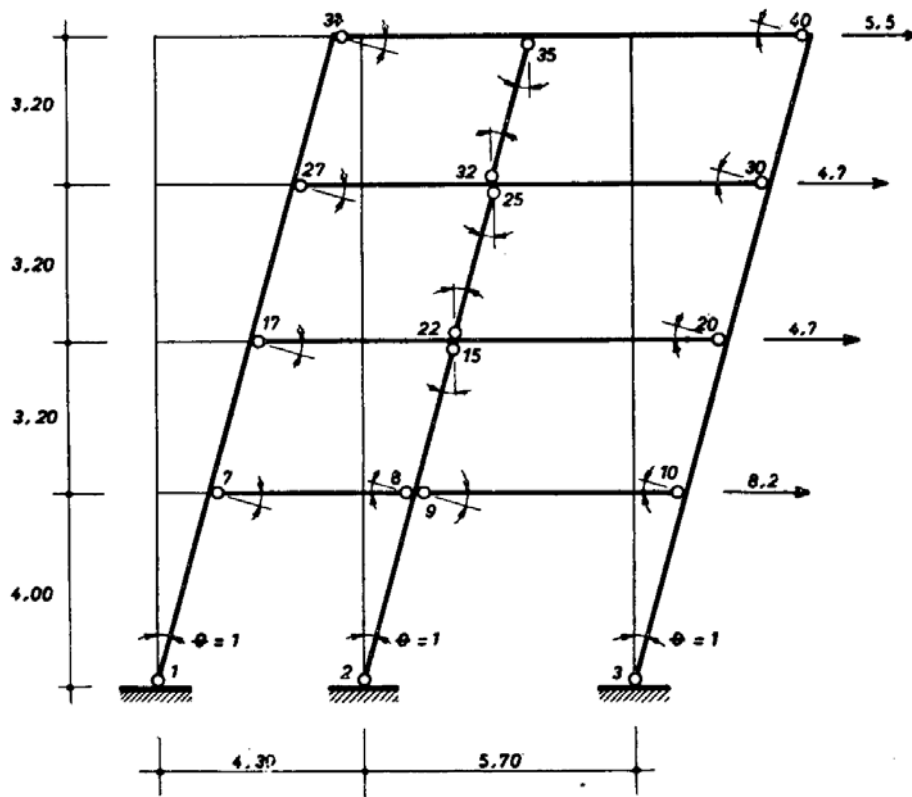


FIG. 3-60

fig. 3-60. Per esso risulta, applicando il principio dei lavori virtuali:

$$\gamma \cdot (8,20 \times 4,00 + 4,70 \times 7,20 + 4,70 \times 10,40 + 5,50 \times 13,60) = \Sigma M_o \vartheta$$

$$\begin{aligned} \gamma \cdot 190,32 = & 3 \times 55,00 + 44,00 + 50,00 + 23,30 + 44,00 + 28,50 + \\ & + 33,00 + 16,20 + 28,50 + 28,50 + 16,20 + 11,00 + \\ & + 28,50 + 10,40 + 11,00 + 10,40 \end{aligned}$$

da cui:

$$\gamma = \frac{548,50}{190,32} = 2,88 .$$



Da tale diagramma si ricava (si veda sezione 37''):

$$\rho_{\max} = \frac{8,50}{4,50} = 1,89$$

e quindi:

$$\frac{2,88}{\rho_{\max}} = 1,53 \leq s \leq 2,88 .$$

Inoltre il diagramma suggerisce la posizione delle cerniere per un se-

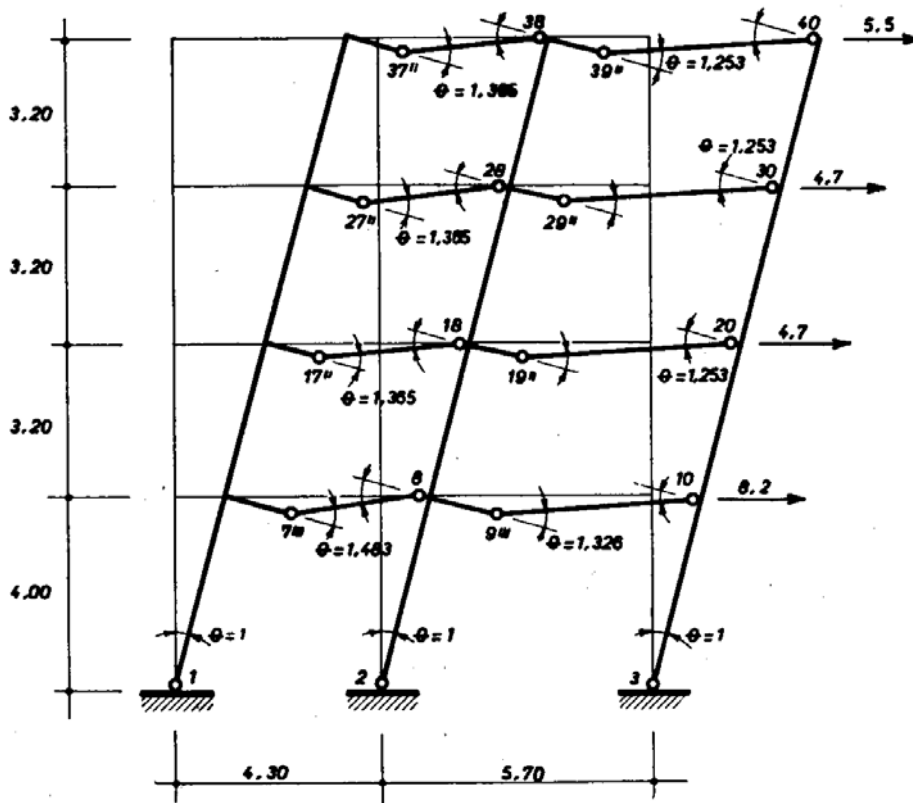


FIG. 3-62

condo tentativo, il cui meccanismo è riportato nella fig. 3-62.

Questa volta l'equazione dei lavori virtuali fornisce:

$$\begin{aligned} \gamma \left( 190,32 + 2,87 \times \frac{4,30 \times 1,40}{2} + 2,87 \times \frac{5,70 \times 1,40}{2} + 1,03 \times \frac{4,30 \times 1,15}{2} + \right. \\ \left. + 1,03 \times \frac{5,70 \times 1,15}{2} + 1,03 \times \frac{4,30 + 1,15}{2} + 1,03 \times \frac{5,70 \times 1,15}{2} + \right. \\ \left. + 0,75 \times \frac{4,30 \times 1,15}{2} + 0,75 \times \frac{5,70 \times 1,15}{2} \right) = 3 \times 55,00 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 1,483 (23,30 + 50,00) + 1,326 (23,30 + 44,00) + 1,365 (10,00 + 28,50) + \\
 &+ 1,253 (10,00 + 28,50) + 1,365 (10,00 + 28,50) + \\
 &+ 1,253 (10,00 + 28,50) + 1,365 (4,50 + 10,40) + \\
 &+ 1,253 (4,50 + 10,40) ,
 \end{aligned}$$

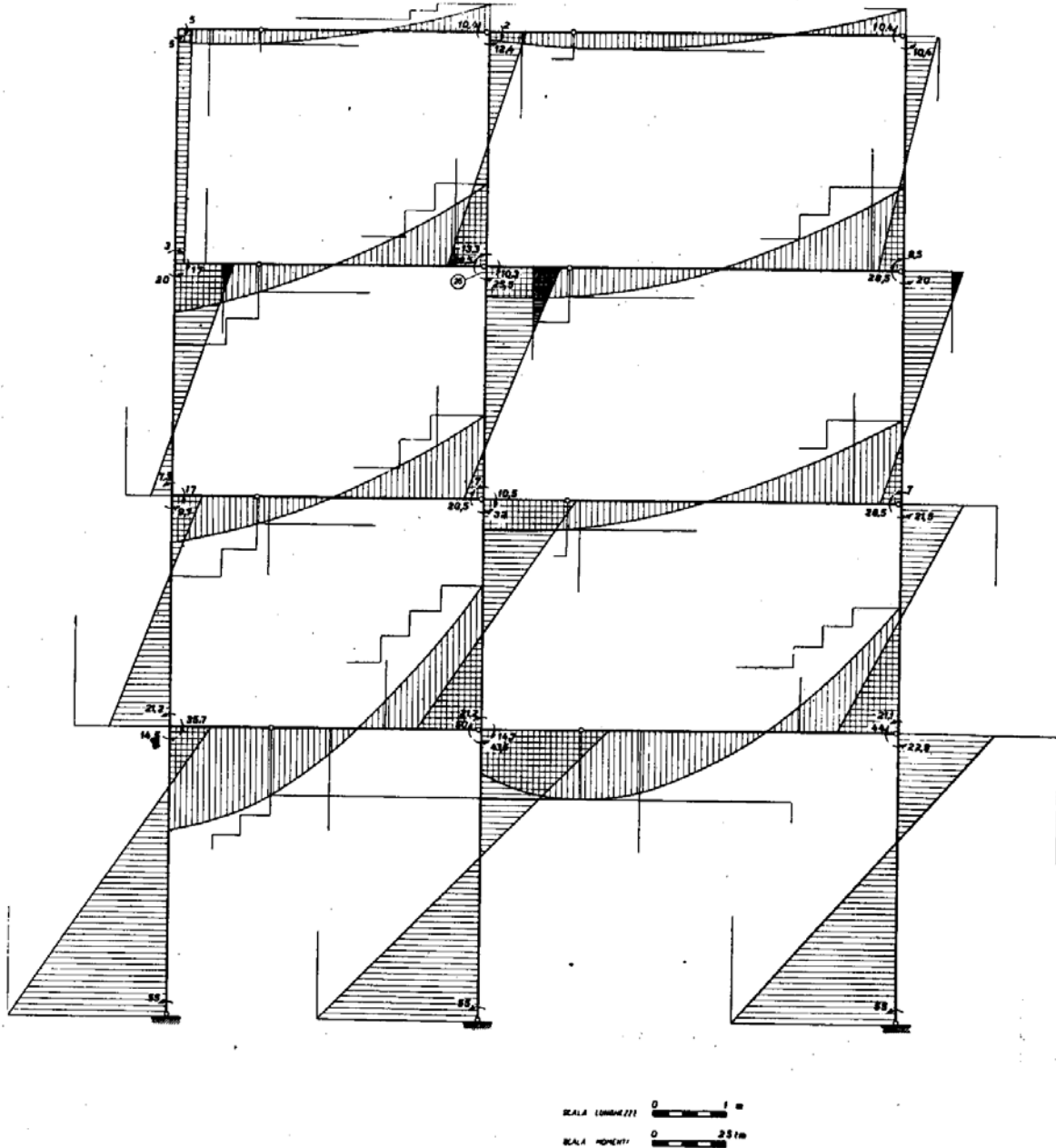


FIG. 3-63

da cui

$$\gamma = \frac{603,53}{226,49} = 2,66 .$$

Procedendo come nel primo tentativo (fig. 3-63); si giunge a (si veda sez. 25)

$$\rho_{\max} = \frac{25,50}{16,20} = 1,57 ;$$

$$\frac{2,66}{1,57} = 1,69 \leq s \leq 2,66 .$$

Nel terzo tentativo, si assume infine il meccanismo della fig. 3-64, e ap-

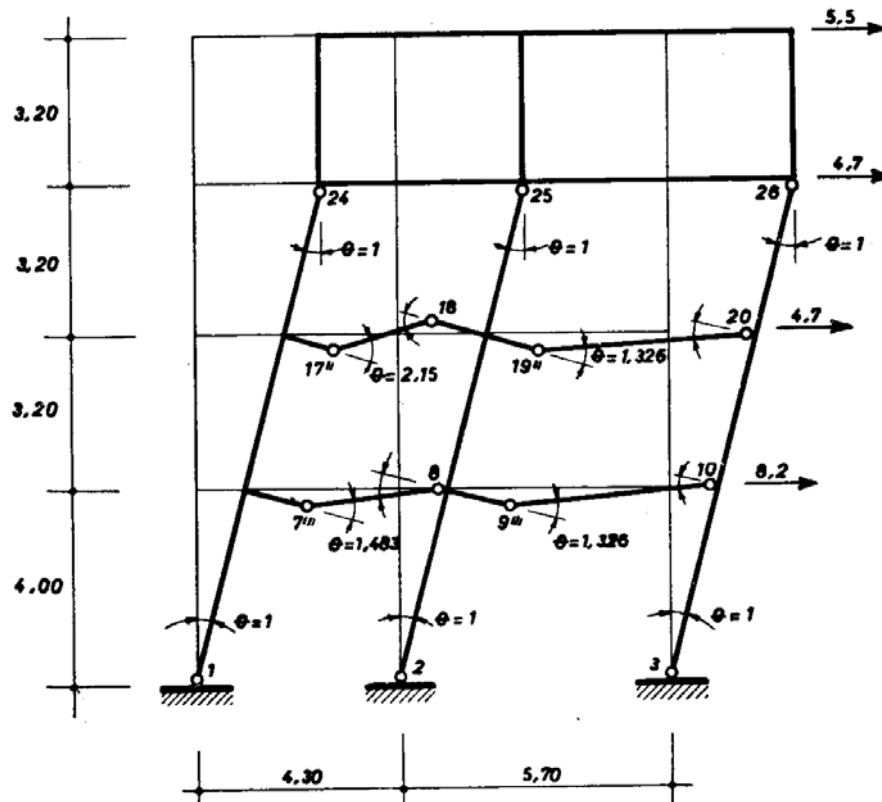


FIG. 3-64

plicando ancora il principio dei lavori virtuali si ha:

$$\begin{aligned} \gamma \cdot \left[ (4,70 + 5,50) \times 10,40 + 4,70 \times 7,20 + 8,20 \times 4,00 + 2,87 \times \frac{4,30 \times 1,40}{2} + \right. \\ \left. + 2,87 \times \frac{5,70 \times 1,40}{2} + 1,03 \times \frac{5,70 \times 1,15}{2} \right] = 3 \times 55,00 + \\ + 1,483 \times 23,30 + 1,483 \times 50,00 + 1,326 \times 23,30 + 1,326 \times \\ \times 44,00 + 2 \times 2,15 \times 10,00 + 1,326 \times 10,00 + 1,326 \times \\ \times 28,50 + 3 \times 16,20 ; \\ \gamma = \frac{505,59}{196,09} = 2,58 \end{aligned}$$

e il diagramma dei momenti riportati nella fig. 3-65 garantisce essere

$$s_1 = \gamma = \psi = 2,58 .$$

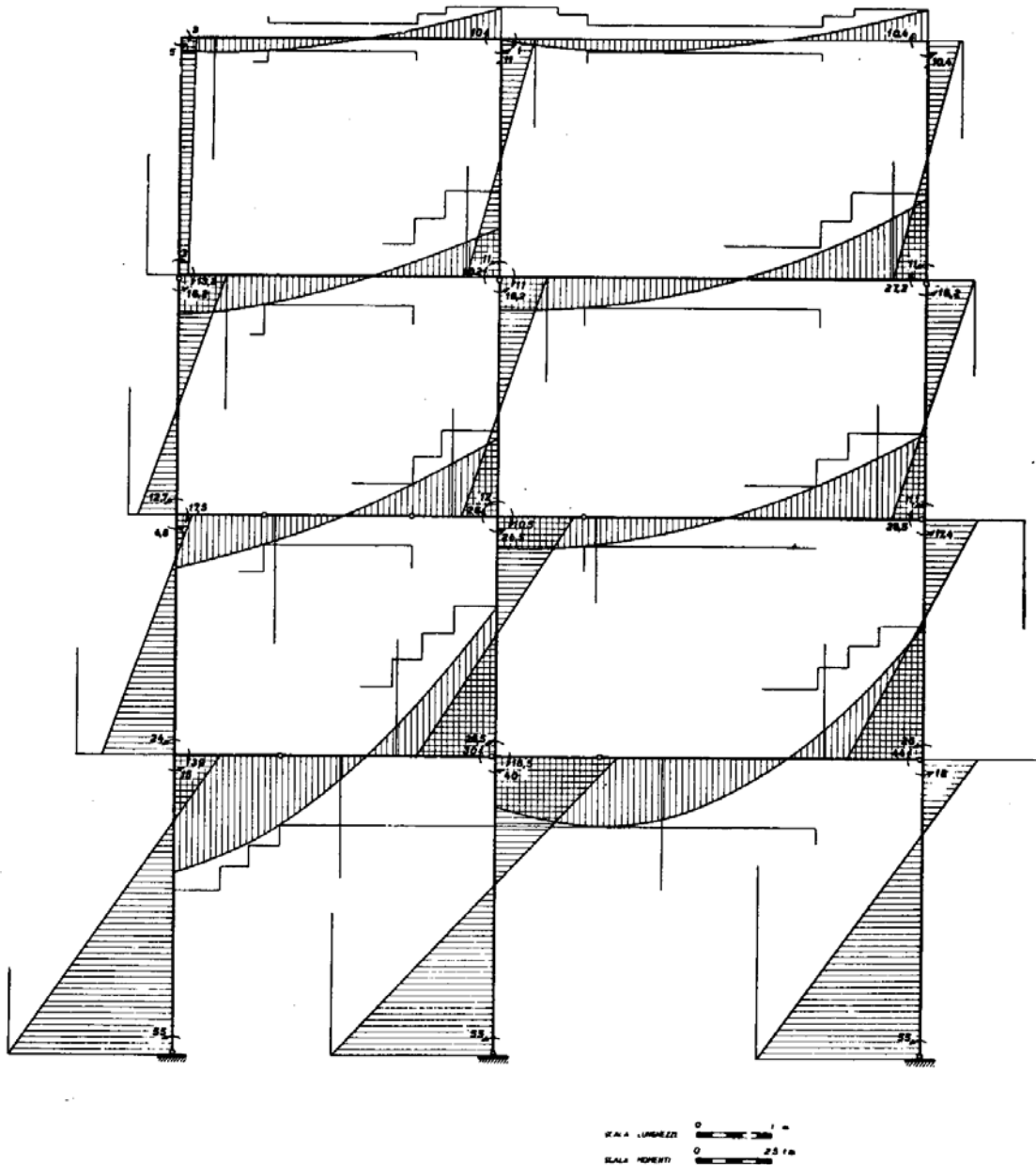


FIG. 3-65

2° *Collasso statico.* — Condizione di carico: scossa ondulatoria sinistrorsa. Il meccanismo riportato nella fig. 3-66 è quello reale di collasso; per esso risulta infatti:

$$\gamma \cdot (5,50 \times 13,60 + 4,70 \times 10,40 + 4,70 \times 7,20 + 8,20 \times 4,00) + 2,87 \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{5,70 \times 1,40}{2} + 1,03 \times \frac{4,30 \times 1,15}{2} + 1,03 \times \frac{5,70 \times 1,40}{2} - \\ & - 1,03 \times \frac{4,30 \times 1,15}{2} + 1,03 \times \frac{5,70 \times 1,54}{2} + 0,75 \times \\ & \times \frac{5,70 \times 1,64}{2} = 3 \times 55,00 + 44,00 + 23,30 + 1,326 \times 50,00 + \end{aligned}$$

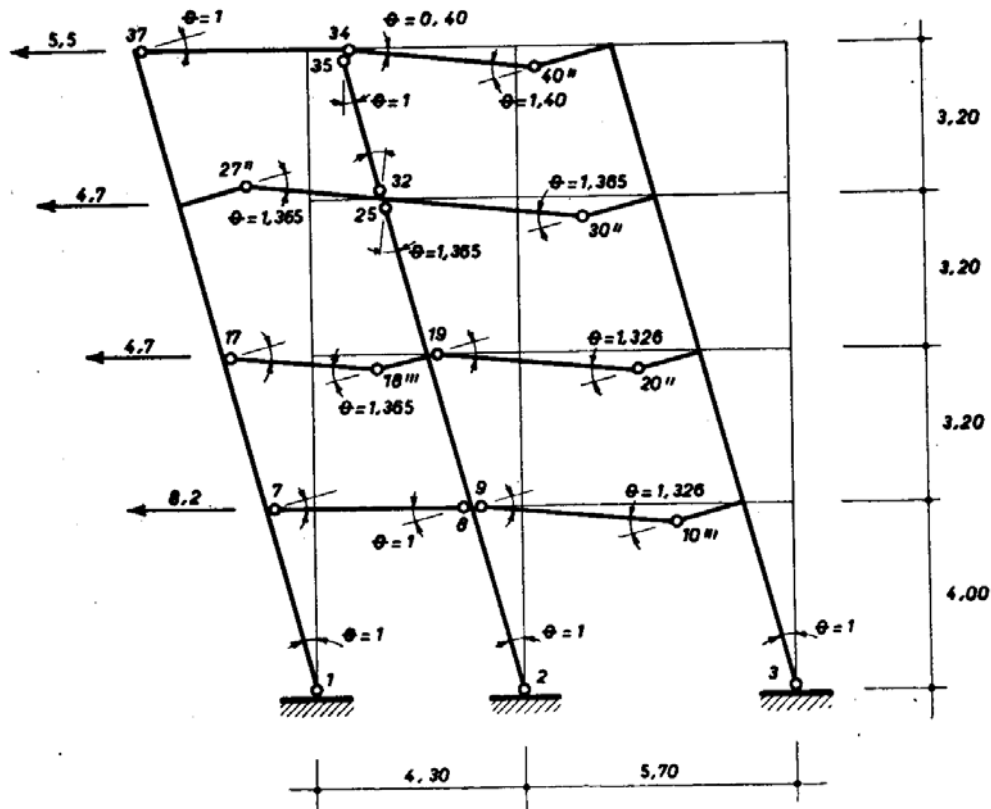


FIG. 3-66

$$\begin{aligned} & + 1,326 \times 23,30 + 1,365 \times 28,50 + 1,365 \times 10,00 + 1,326 \times \\ & \times 28,50 + 1,326 \times 10,00 + 1,365 \times 16,20 + 2 \times 1,365 \times \\ & \times 10,00 + 1,365 \times 11,00 + 11,00 + 10,40 + 0,40 \times 10,40 + \\ & + 1,40 \times 4,50 , \end{aligned}$$

da cui

$$\gamma = \frac{529,39}{213,90} = 2,48 .$$



Il diagramma della fig. 3-67, ottenuto in presenza di carichi relativi alla seconda condizione di carico, moltiplicati per  $\gamma = 2,48$ , garantisce essere:

$$s_2 = \gamma = \psi = 2,48 .$$

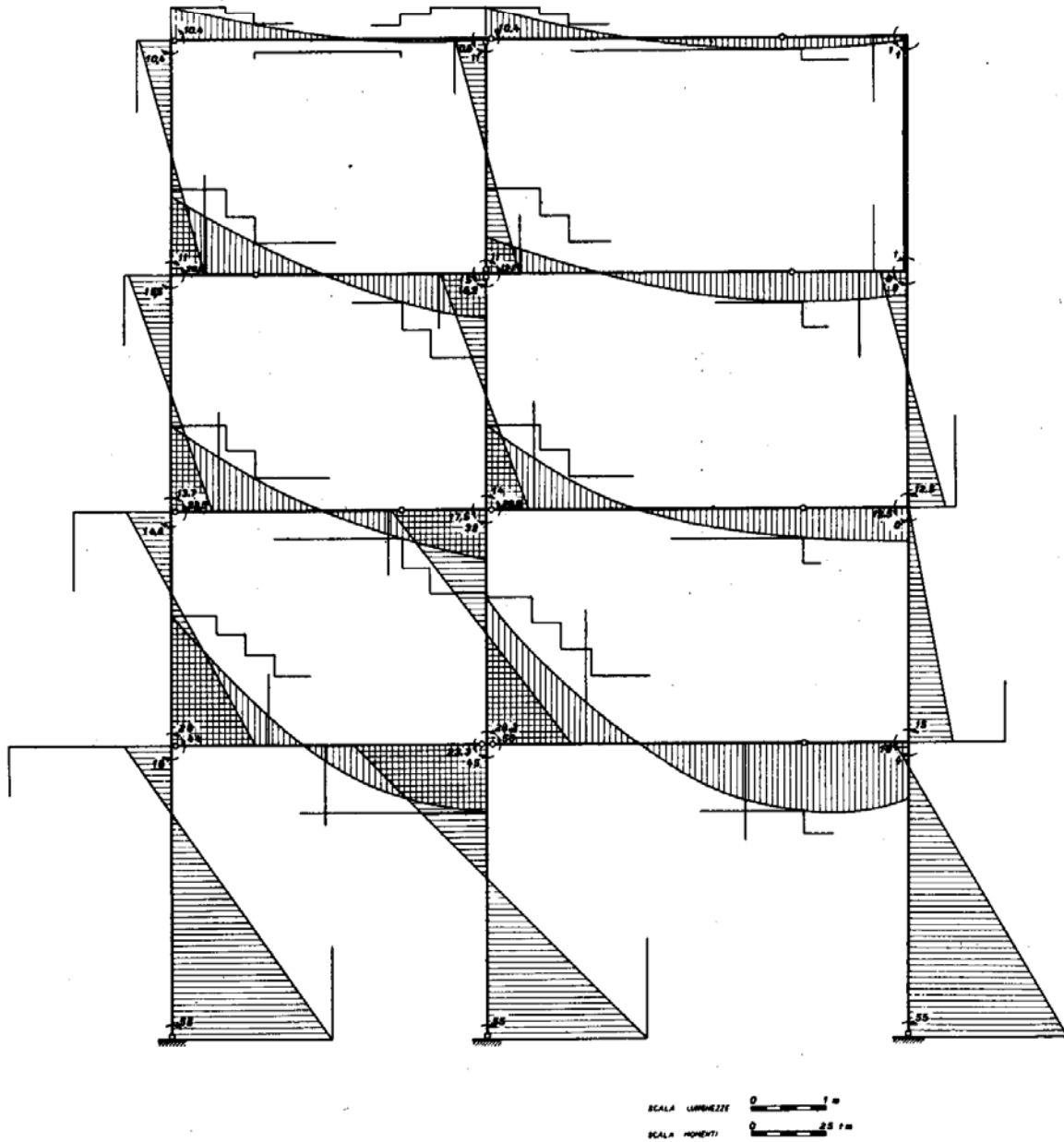


FIG. 3-67

3° *Collasso statico*. — Condizione di carico: scossa sussultoria. Una semplice ricognizione rivela che, tra i meccanismi elementari, quello cui corrisponde il valore più basso del coefficiente è quello riportato nella fig. 3-68.

Risulta:

$$\gamma = \frac{2 \times 10,40 + 2 \times 4,50}{1,50 \times \frac{5,70 \times 2,85}{2}} = \frac{29,80}{8,53} = 3,49 .$$

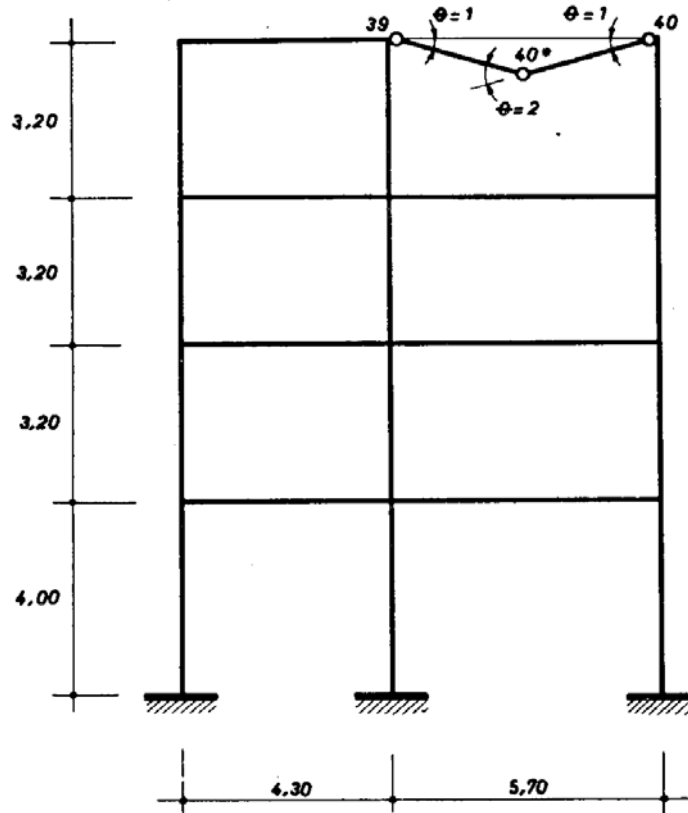


FIG. 3-68

Nella fig. 3-69 è riportato un diagramma dei momenti compatibile con le coppie limiti e i carichi esterni relativi alla scossa sussultoria moltiplicati per  $\gamma = 3,49$ . Tale diagramma in nessun punto supera il momento limite; può perciò scriversi:

$$s_3 = 3,49 .$$

*Collasso incrementale.* — Esaminati i meccanismi elementari, quello della trave 9-10, è risultato corrispondente al più piccolo dei relativi coefficienti  $\gamma_v$ .

Si ottiene, applicando la (3-8') (fig. 3-70),

$$\begin{aligned} \gamma_v \cdot (21,40 \times 1,00 + 12,00 \times 4,30 + 21,20 \times 3,30) = \\ = 50,00 \times 1,00 + 23,30 \times 4,30 + 44 \times 3,30 ; \end{aligned}$$

da cui

$$\gamma_v = \frac{295,4}{143,00} = 2,065 .$$

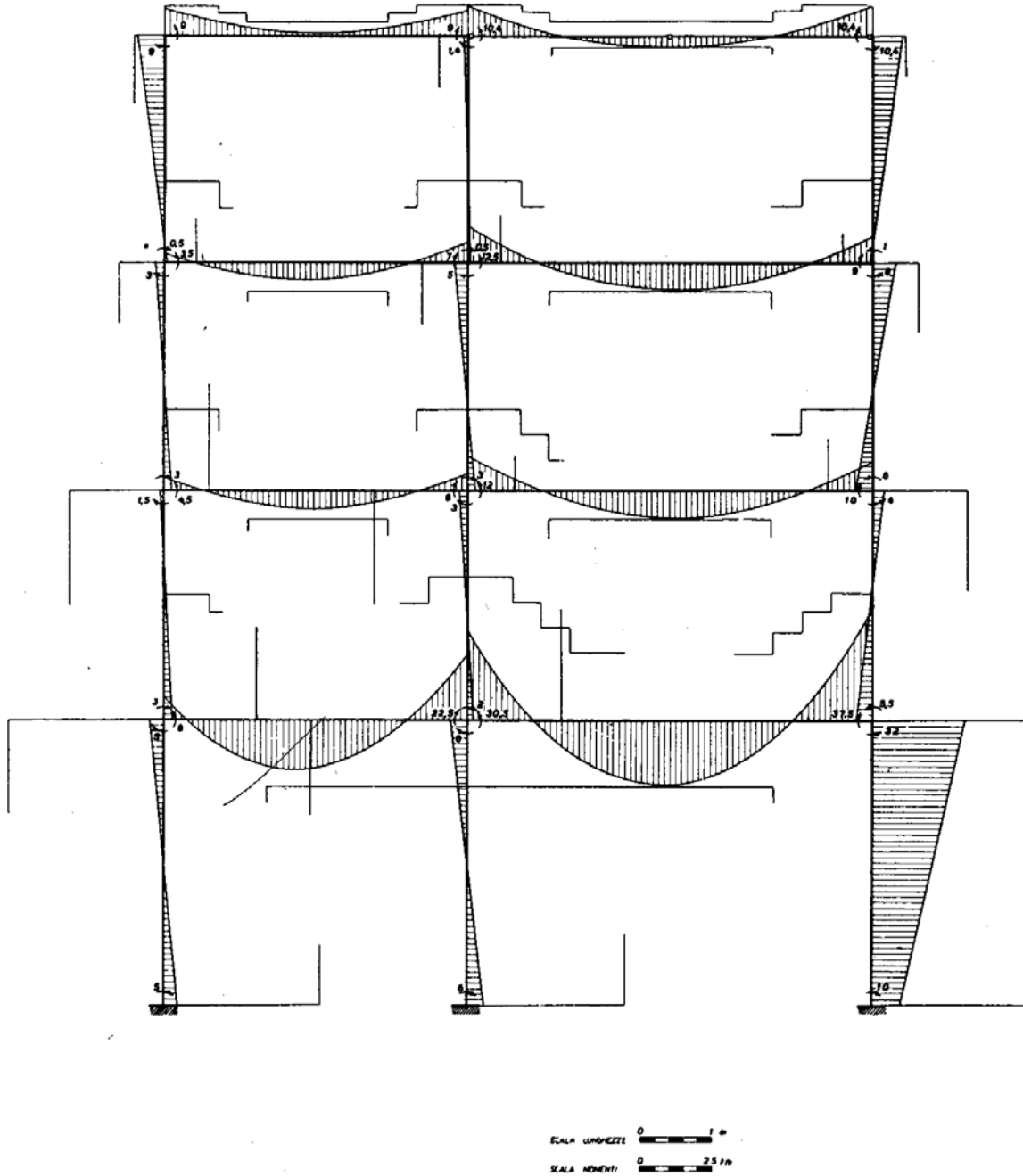


FIG. 3-69

Costruiti (fig. 3-71) i diagrammi dei momenti flettenti elastici che competono al telaio soggetto ai carichi relativi alle varie condizioni di carico, moltiplicati per 2,065, occorre tracciare un diagramma compatibile di momenti residui.

Lungo la trave 9-10 tale diagramma è univocamente determinato. Una distribuzione complessiva è riportata nella fig. 3-71. Da essa risulta che i rapporti (3-i') sono minori dell'unità in ogni sezione, eccetto che per la 17".

Ciò denuncia l'esistenza di un coefficiente cinematicamente sufficien-

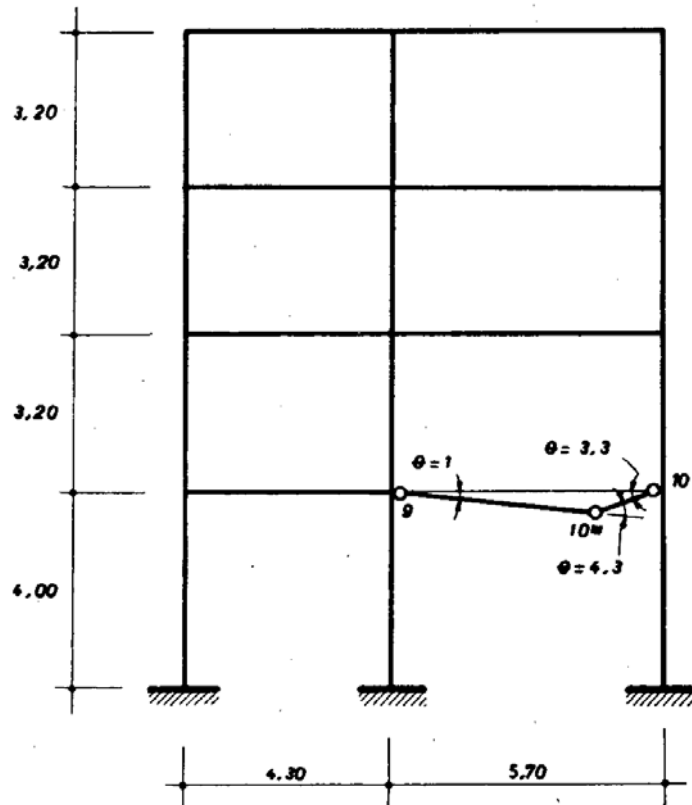


FIG. 3-70

te più piccolo di 2,065, e tale coefficiente si può facilmente ravvisare in quello relativo al meccanismo di plasticità alternata nella sezione 17".

La (3-g') fornisce infatti:

$$\gamma_v = \frac{10,00 + 10,00}{5,4 + 4,8} = 1,96 .$$

Tale coefficiente, che risulta essere anche un  $\phi$  (il diagramma dei momenti residui già tracciato sommato ai momenti elastici moltiplicati per 1,96 soddisfa le condizioni di plasticizzazione ovunque) è il coefficiente  $s_v$ .

Riassumendo, i valori dei vari coefficienti di sicurezza sono i seguenti:

$$1^\circ \text{ collasso statico (scossa ondulatoria destrorsa)} \quad s_1 = 2,58$$

2° collasso statico (scossa ondulatoria sinistrorsa)  $s_2 = 2,48$   
 3° collasso statico (scossa sussultoria)  $s_3 = 3,49$

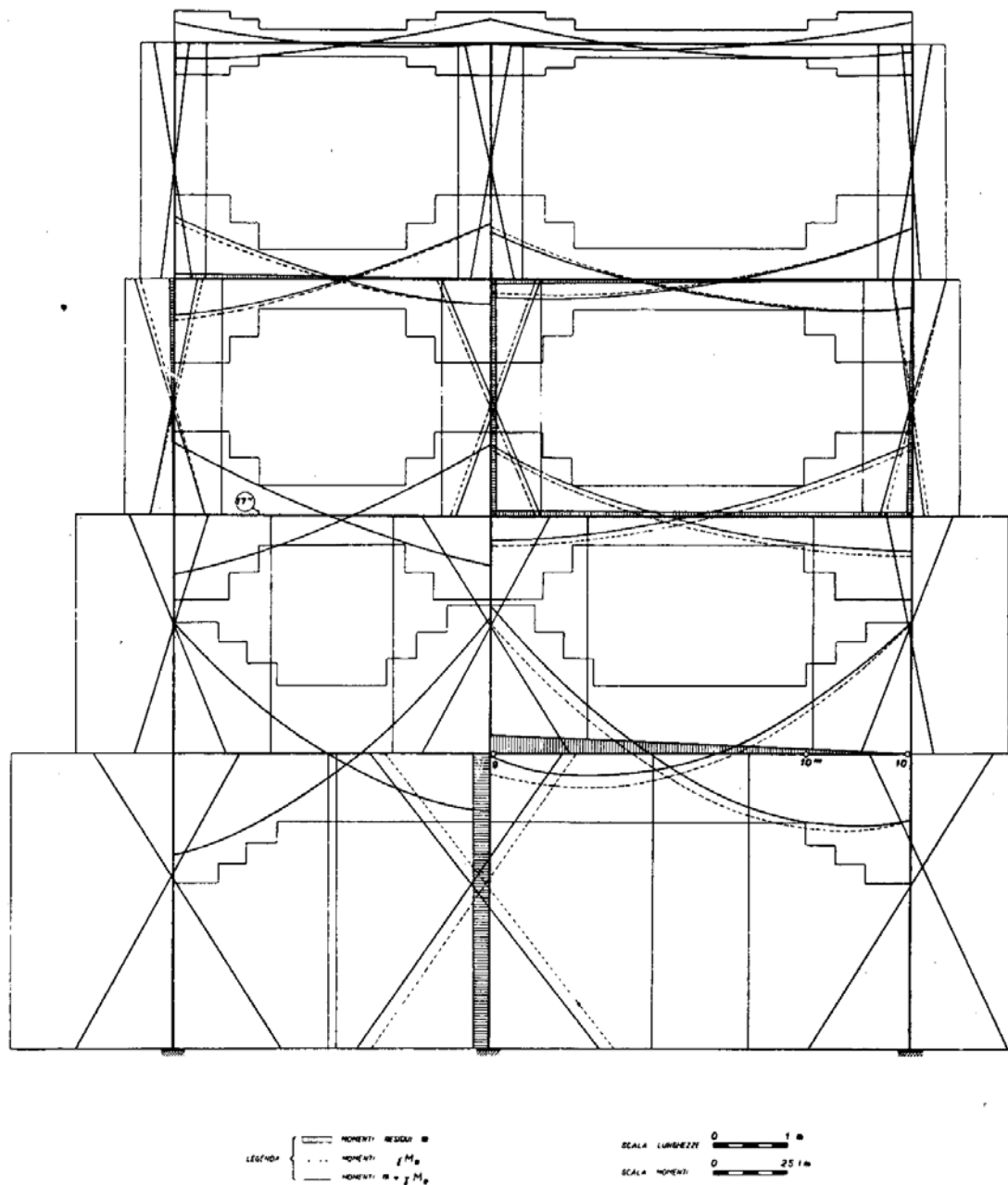


FIG. 3-71

collasso incrementale (meccanismo cinematico)  $s_v = 2,06$   
 collasso incrementale (plasticità alternata)  $s_v = 1,96$

## 12. Verifica a rottura di un ponte metallico a trave continua.

Il ponte (fig. 3-72) è a trave continua su tre campate di luce, rispettivamente, m 90,00 - 140,00 - 90,00. La trave di altezza variabile, da m 6,00



a m 12,00, è costituita da uno scheletro irrigidente, in profilati saldati, coperto da lamiera di spessore mm 10. (Le lamiere costituenti le fiancate hanno spessore minore, mm 5, solo nelle sezioni a distanza  $> 35$  m dagli appoggi interni).

I carichi di progetto sono dati, oltre che dal peso proprio e dal carico fisso dovuto alla pavimentazione, da una stesa di carico accidentale, comunque segmentabile, di 6 t/m. Il carico fisso, supposto uniformemente distribuito, è risultato di 4 t/m.

Si riportano, nella fig. 3-73 a, b, c, i diagrammi dei massimi e minimi momenti flettenti, calcolati in fase elastica.

Per il calcolo dei momenti limiti si è posto

$$\sigma'_{or} = \sigma''_{or} = 2600 \text{ Kg/cm}^2 .$$

Per la sezione B (sull'appoggio interno) il calcolo del momento limite fornisce:

Area del corrente superiore, costituito da n. 10 profilati a doppio T da 240 mm, più 4 profilati a  $\square$  da 240 mm

$$A_1 = 10 \times 46,10 + 4 \times 42,30 = 461,00 + 169,20 = 630,20 \text{ cm}^2 .$$

Distanza dal baricentro della sezione

$$y_G^{(1)} = \frac{1200}{2} - 1 - \frac{24}{2} = 587 \text{ cm} .$$

Contributo al momento statico rispetto all'asse baricentrico

$$S_1 = 630,20 \times 587 = 369927 \text{ cm}^3 .$$

Area della piastra metallica di spessore 10 mm e lunghezza 7500 mm

$$A_2 = 750 \times 1 = 750 \text{ cm}^2 .$$

Contributo al momento statico

$$S_2 = 750 \times \left( \frac{1200}{2} - 0,5 \right) = 449625 \text{ cm}^3 .$$

Area di ciascuna coppia di profilati a  $\square$  da 240 mm sulle fiancate e contributo al momento statico:

$$A_3 = 2 \times 42,30 = 84,60 \text{ cm}^2 .$$

$$S_3 = 84,60 \cdot y_G .$$

Essendo, per le successive coppie di profilati, le distanze  $y_G$  dal baricentro ordinatamente:

$$\text{cm. } 100 ; 200 ; 300 ; 400 ; 500 ,$$

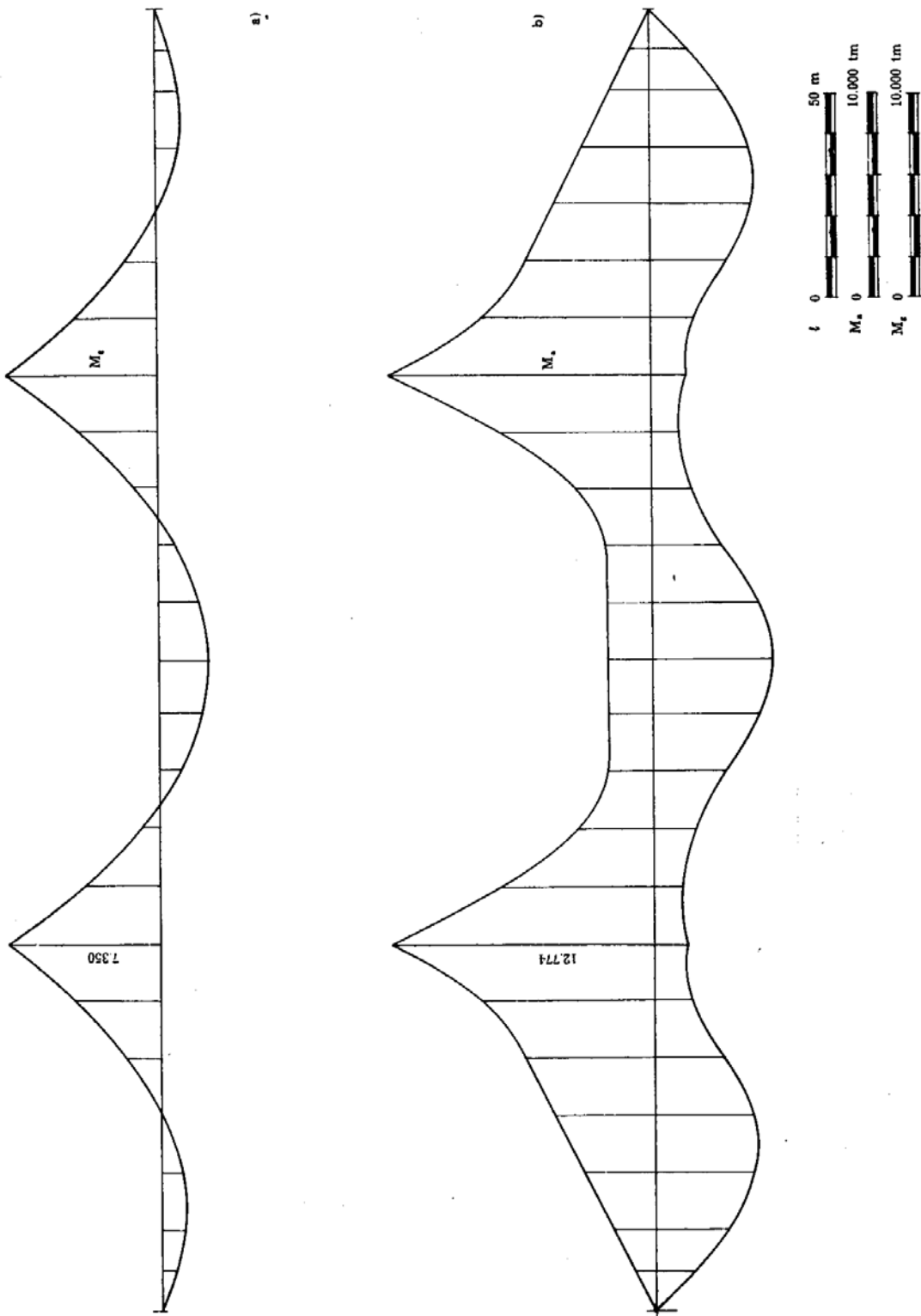


FIG. 3-73 a, b



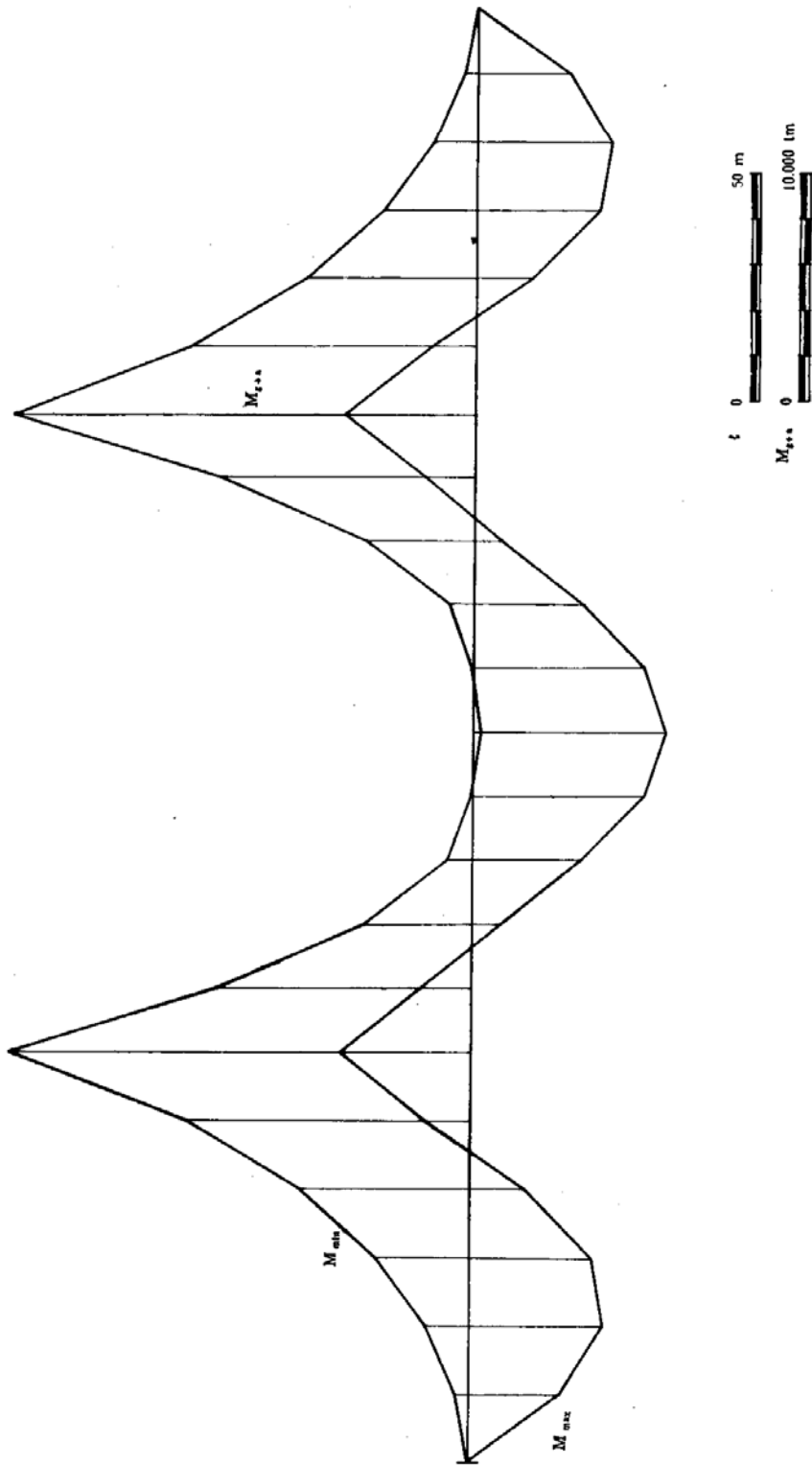


FIG. 3-73 c

risulta un contributo al momento statico dovuto ai profilati a  $\square$  delle fiancate

$$S_3 = 84,60 \times (100 + 200 + 300 + 400 + 500) = 126900 \text{ cm}^3 .$$

Area delle lamiera di fiancate e relativo contributo al momento statico

$$A_4 = 2 \times 1 \times 599 = 1198 \text{ cm}^2 .$$

$$S_4 = 1198 \times \frac{599}{2} = 358803$$

Area della sezione al disopra dell'asse neutro, e relativo momento statico rispetto allo stesso asse:

$$A = 630,20 + 750,00 + 5 \times 86,60 + 1198 = 3011,20 \text{ cm}^2$$

$$S = 369927 + 449625 + 126900 + 358801 = 1305253 \text{ cm}^3 .$$

Distanza dall'asse neutro del baricentro della parte di sezione tesa (o compressa)

$$y_{G_1} = y_{G_s} = \frac{1.305.253}{3.011,20} = 433,47 \text{ cm} .$$

Valore del momento limite

$$M_o^B = 2.600 \times 3.011,20 \times 2 \times 433,47 = 67.874 \times 10^5 \text{ Kgcm} .$$

Per le altre sezioni, indicate nella fig. 3-72 a, i momenti limiti sono stati calcolati in modo analogo, ed i valori relativi sono riportati nella tabella seguente:

$M_o^A = 24.760 \text{ tm}$	$M_o^B = 67.874 \text{ tm}$
$M_o^1 = 24.760 \text{ »}$	$M_o^7 = 51.588 \text{ »}$
$M_o^2 = 24.760 \text{ »}$	$M_o^8 = 39.906 \text{ »}$
$M_o^3 = 25.877 \text{ »}$	$M_o^9 = 29.503 \text{ »}$
$M_o^4 = 29.503 \text{ »}$	$M_o^{10} = 25.877 \text{ »}$
$M_o^5 = 39.906 \text{ »}$	$M_o^{11} = 24.760 \text{ »}$
$M_o^6 = 51.588 \text{ »}$	

La verifica a rottura, che si riporta nel seguito, è stata condotta secondo la successione qui indicata:

1° *collasso statico*. — Condizione di carico: carico fisso su tutte le campate, carico accidentale sulla campata centrale e su una campata laterale.

2° *collasso statico*. — Condizione di carico: carico fisso su tutte le campate, carico accidentale sulla sola campata centrale.

3° *collasso statico*. — Condizione di carico: carico fisso su tutte le campate, carico accidentale sulle sole campate laterali.

*Collasso incrementale.* — Carico fisso su tutte le campate, e carico accidentale comunque disposto sull'intera lunghezza della trave così da poter dar luogo ad un numero anche infinito di condizioni di carico diverse, tutte alternantisi e susseguentisi, in cicli successivi, indefinitamente,

Per tutte le condizioni sopra elencate si ricerca il coefficiente di sicurezza per carico non proporzionale.

1° *Collasso statico.* — Condizione di carico: carico fisso su tutte le campate; carico accidentale sulle campate A-B e B-C (fig. 3-74).

Come meccanismo di primo tentativo si è scelto quello indicato nella fig. 3-74, caratterizzato da tre cerniere plastiche, poste rispettivamente sui due appoggi intermedi e nella mezzeria della campata centrale.

Il principio dei lavori virtuali fornisce

$$(4 + \gamma \cdot 6) 2450 - (2 \times 67874 \times 0,5 + 24760 \times 1) = 0$$

da cui

$$\gamma = 5,625 .$$

Il diagramma del momento flettente, dovuto alla condizione di carico in esame, ma con sovraccarico accidentale di  $6 \times 5,625 = 33,75$  t/m, è riportato nella fig. 3-74.

Il massimo dei valori

$$\rho = \frac{M - M_g}{M_o - M_g}$$

risulta nella sezione 4 dove è:

$$\rho = \frac{-32.000 - 100}{-29.503 - 100} = 1,0843 = \rho_{\max}$$

per cui risulta:

$$\psi = \frac{\gamma}{\rho_{\max}} = \frac{5,625}{1,0843} = 5,188$$

e quindi

$$5,188 \leq s_1 \leq 5,625 .$$

Per un secondo tentativo si sposta una cerniera dall'appoggio C alla sezione 4, dove è risultato massimo il  $\rho$  del primo tentativo. Il meccanismo, riportato nella fig. 3-75, fornisce:

$$(4 + \gamma \cdot 6) \times 2450 - 4 \times 945 - (67.874 \times 0,5 + 24.760 \times \times 1 + 29.503 \times 0,937) = 0$$

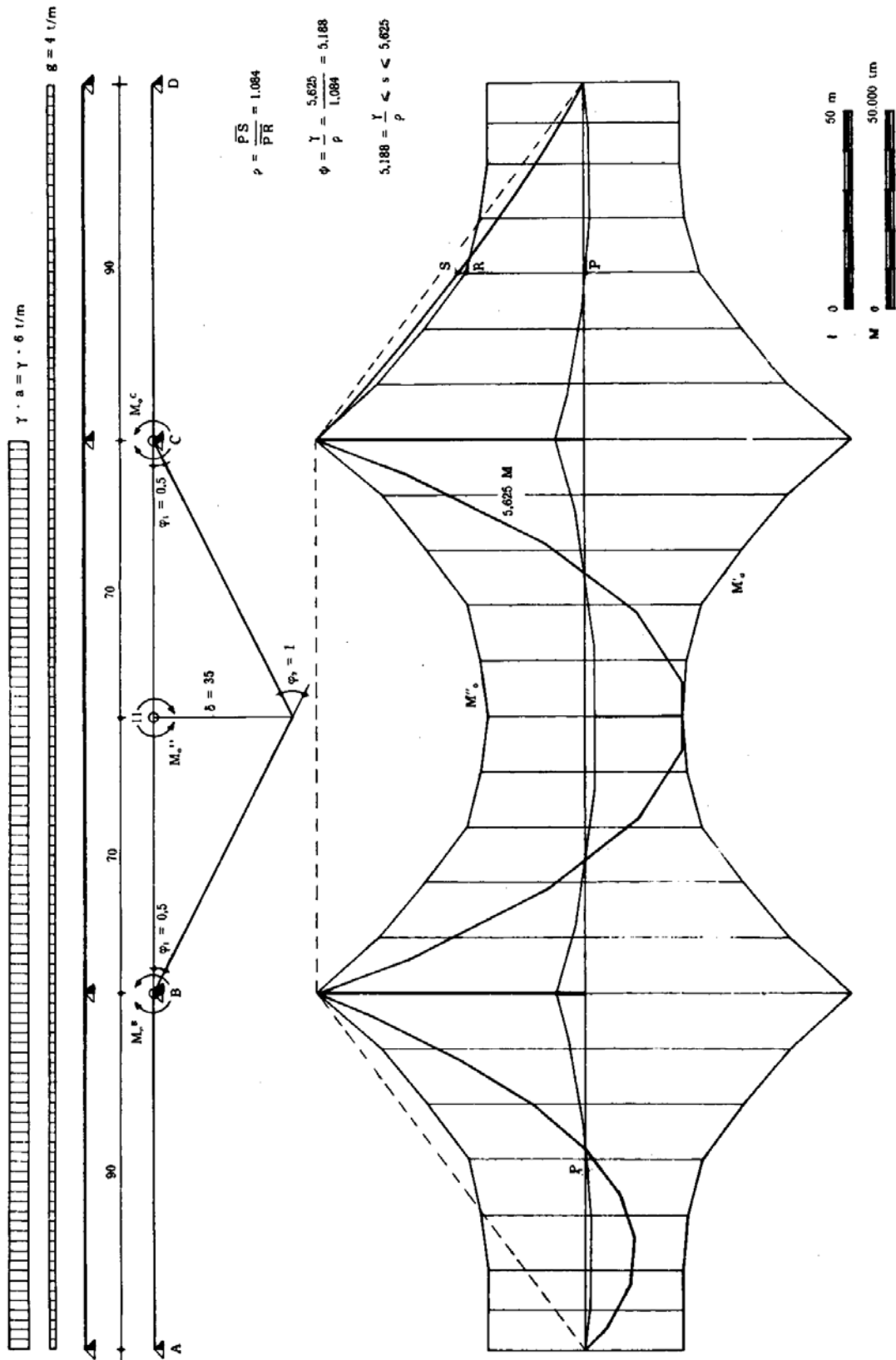


FIG. 3-74

da cui

$$\gamma = 5,460 .$$

Il diagramma dei momenti associato alla condizione di carico in esame, con sovraccarico accidentale di  $6 \times 5,46 = 32,76$  t/m, è riportato nella stessa fig. 3-75 e risulta essere ovunque compreso entro i diagrammi  $M'_0$  e  $M''_0$ . Ciò consente scrivere

$$\psi = \gamma = s_1 = 5,460 .$$

*2° Collasso statico.* — Condizione di carico: carico fisso su tutte le campate, carico accidentale sulla sola campata centrale (fig. 3-76).

Il meccanismo scelto è ancora quello adottato nel 1° tentativo della precedente verifica, caratterizzato da cerniere plastiche nelle sezioni B, C e 11.

Anche l'equazione dei lavori virtuali risulta invariata, e fornisce  $\gamma = 5,625$ ; il diagramma dei momenti in presenza di sovraccarico accidentale di  $5,625 \times 6 = 33,75$  t/m nella campata centrale, risulta esterno al diagramma degli  $M_0$  nelle due campate laterali. Si ha, come nel caso precedente,  $\rho_{\max} = 1,0843$  e quindi

$$5,188 \leq s_2 \leq 5,625 .$$

Spostate le cerniere plastiche dalle sezioni sugli appoggi alle sezioni 4 e simmetrica, si ottiene il meccanismo di fig. 3-77 che fornisce:

$$(4 + \gamma \cdot 6) 2450 - 2 \times 4 \times 945 - (24760 \times 1 + 2 \times 29503 \times 0,9375) = 0$$

$$\gamma = 5,295$$

ed essendo  $\rho \leq 1$ ,

$$\psi = \gamma = s_2 = 5,295 .$$

*3° Collasso statico.* — Condizione di carico: carico fisso su tutte le campate, carico accidentale sulle sole campate laterali.

Il meccanismo scelto è quello corrispondente alle 3 cerniere poste rispettivamente nelle sezioni 3 e simmetrica, e nella sezione di mezzeria: quest'ultima relativa a plasticizzazione dovuta a momento negativo (fig. 3-78).

L'equazione dei lavori virtuali fornisce

$$2 \times (4 + \gamma \cdot 6) 2520 - 4 \times 4900 - (2 \times 25877 \times 2,647 + 24760 \times 2) = 0$$

$$\gamma = 6,149 .$$

Il diagramma riportato nella stessa fig. 3-78 garantisce essere

$$\psi = \gamma = s_3 = 6,149 .$$

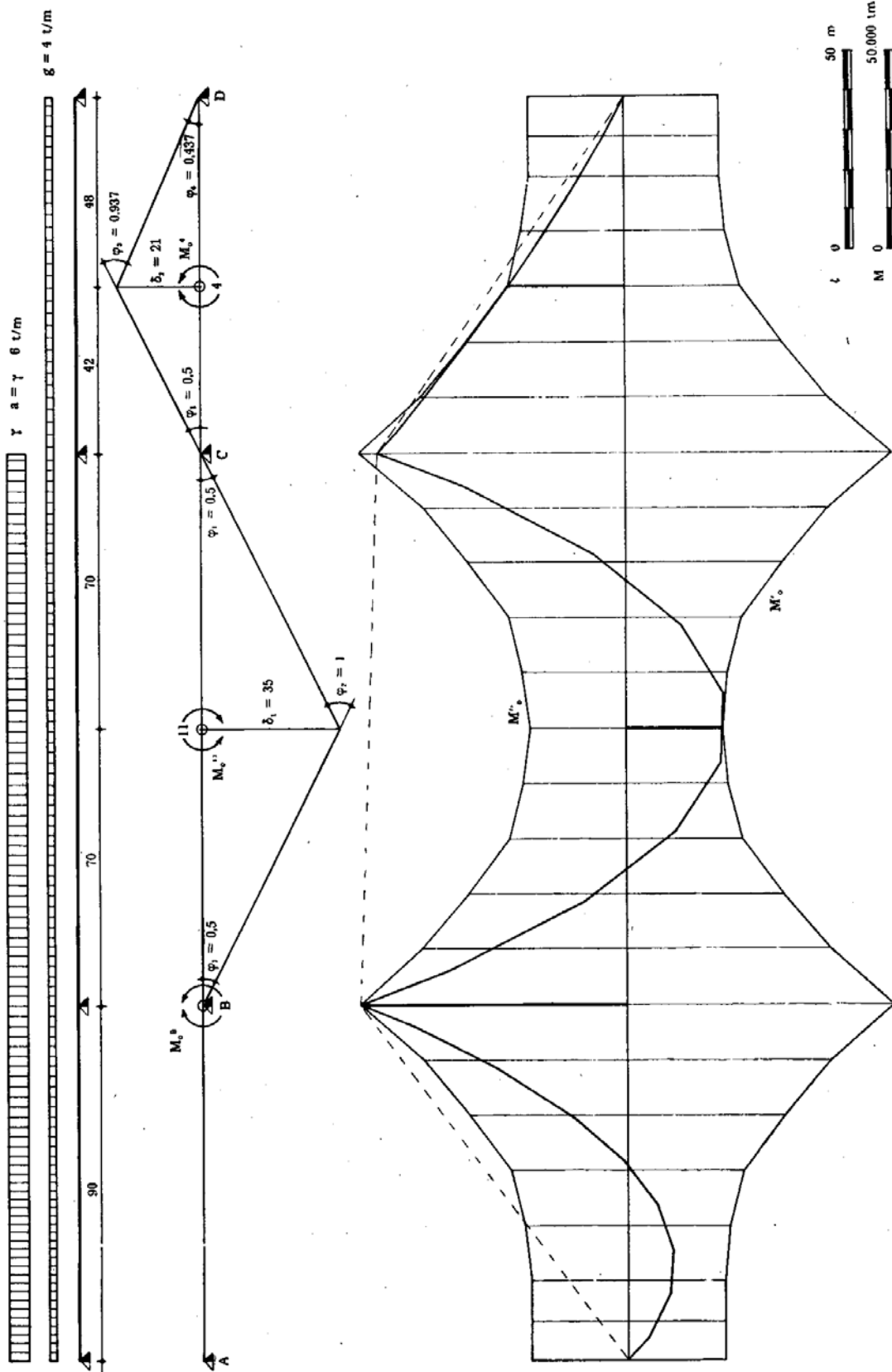


FIG. 3-75

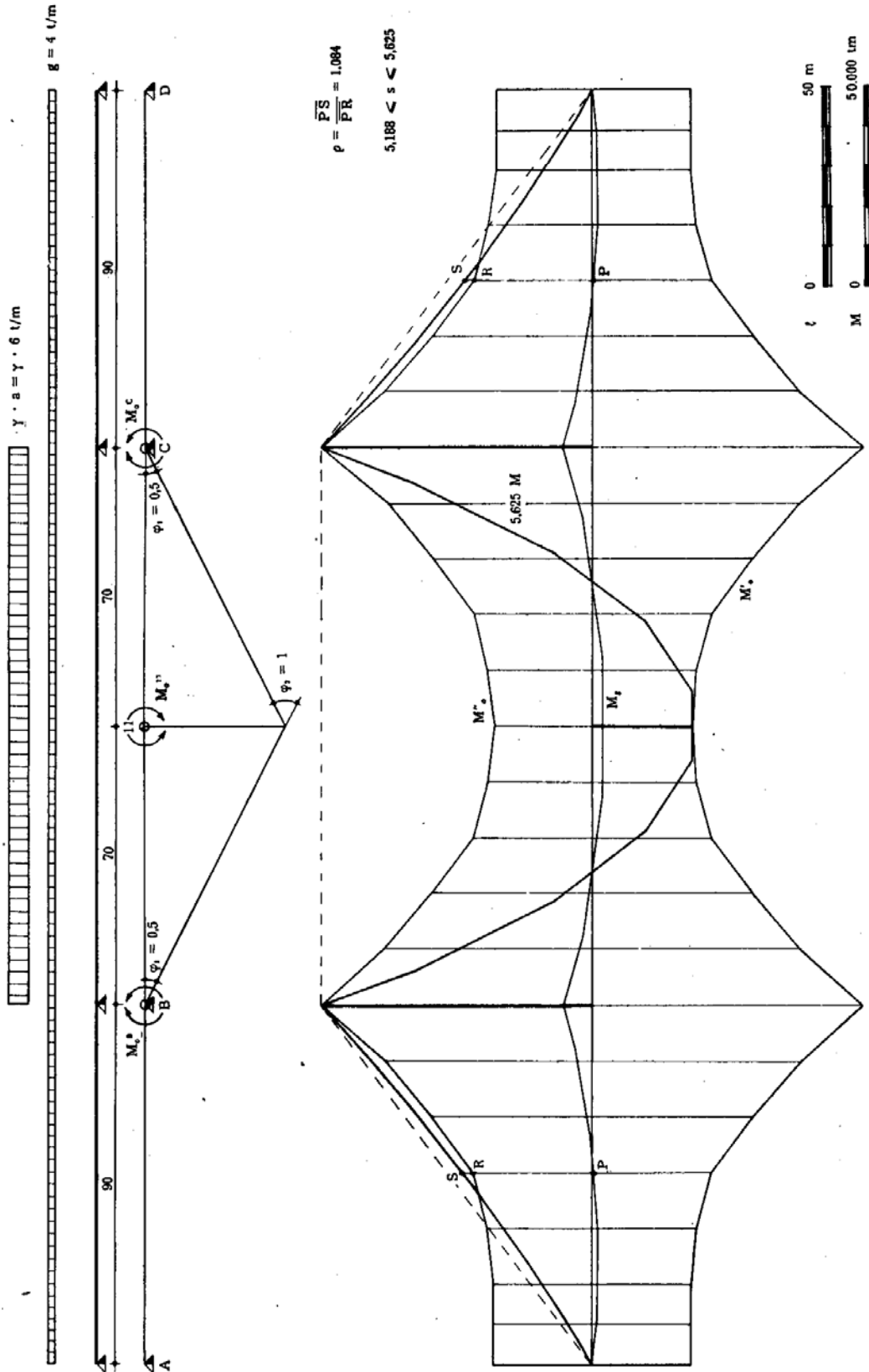


FIG. 3-76

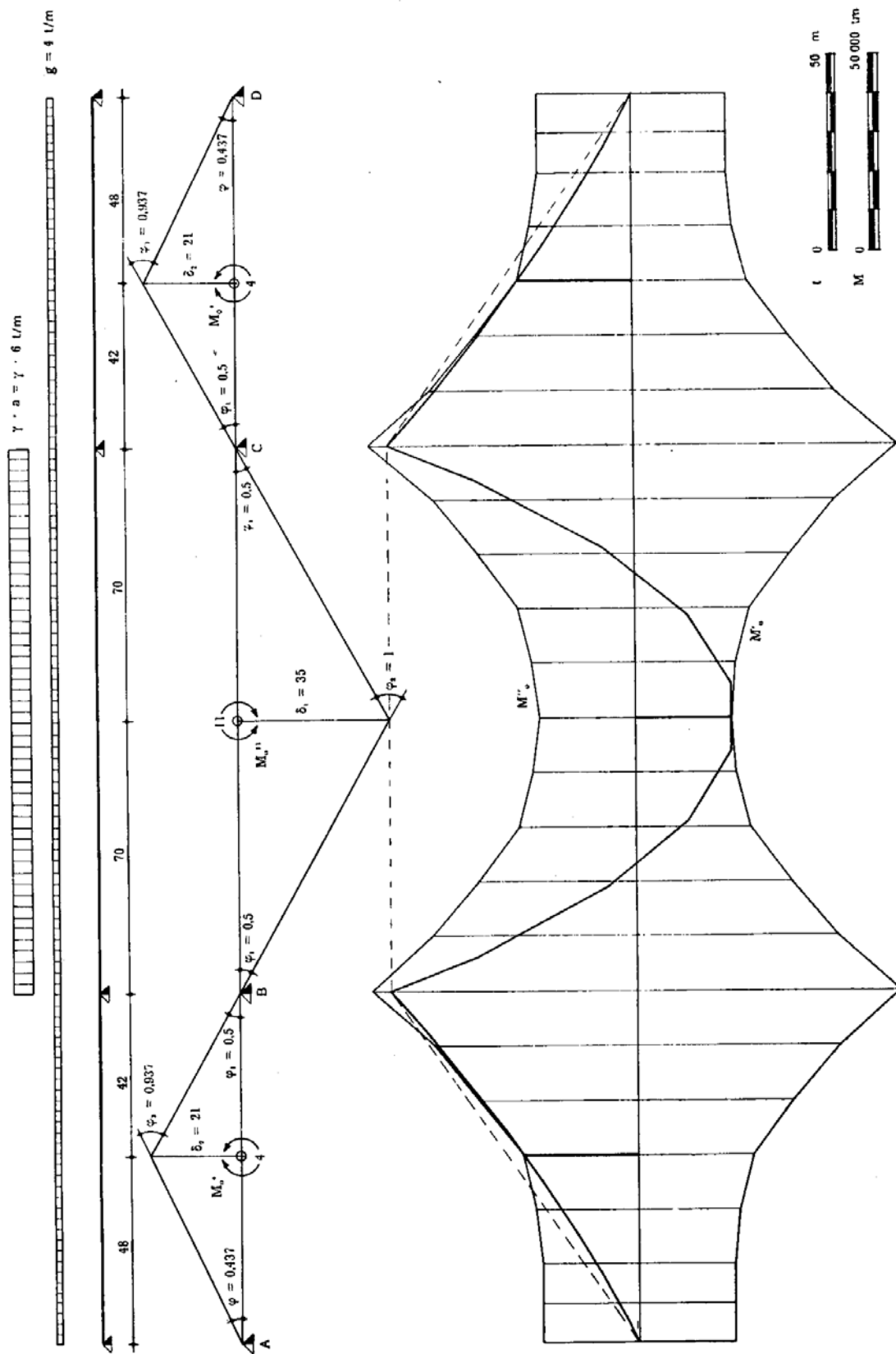


FIG. 3-77



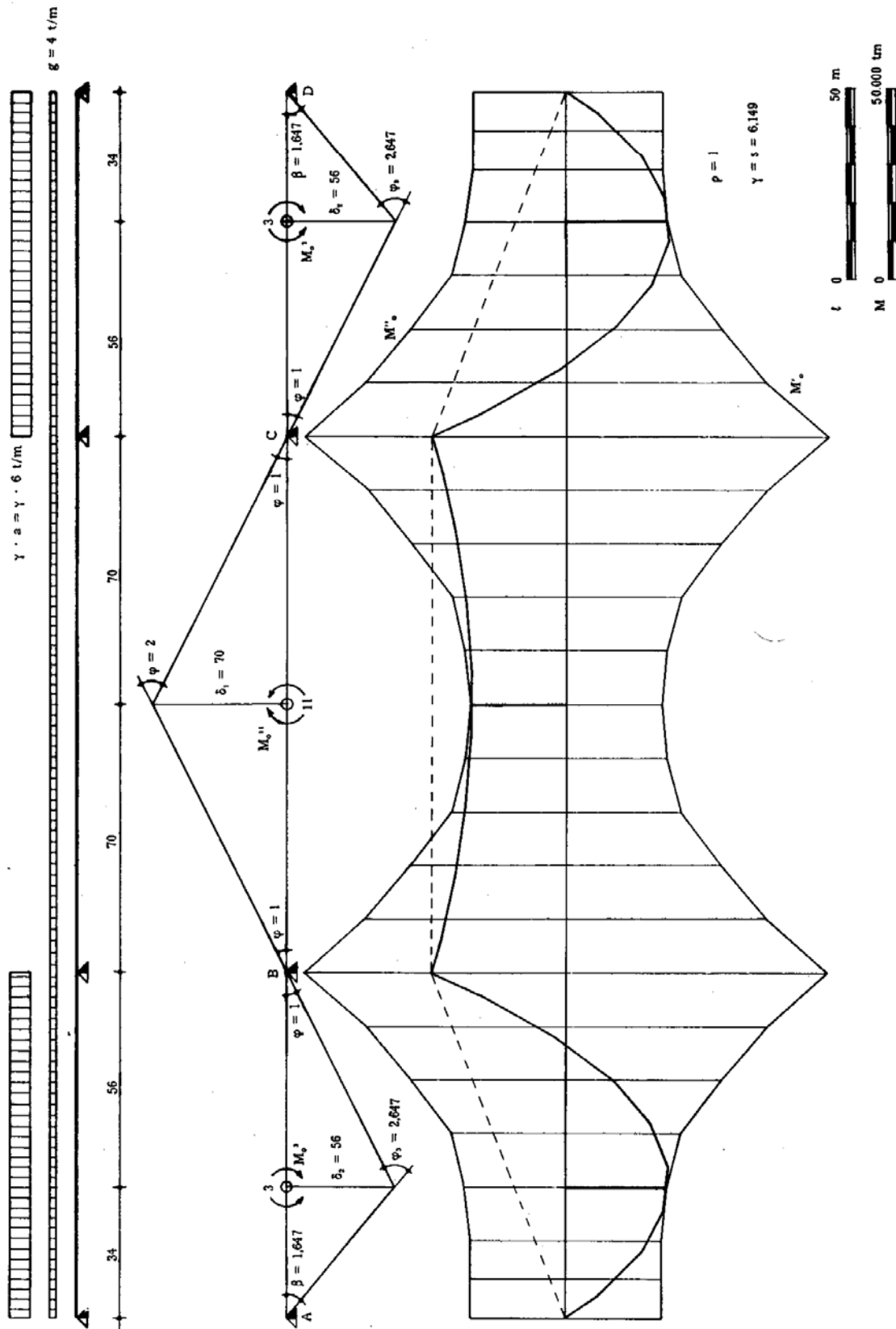


FIG. 3-78

*Collasso incrementale.* — I diagrammi dei massimi e minimi momenti, riportati nella fig. 3-73 suggeriscono, quale meccanismo di 1° tentativo per il collasso incrementale, quello corrispondente a tre cerniere poste rispettivamente nelle sezioni B e C e nella mezzeria della campata centrale.

L'equazione dei lavori virtuali fornisce (fig. 3-79)

$$\gamma_v = \frac{67874 - 7350 + 24760 - 2450}{12744 - 5700} = 4,476 .$$

I momenti residui nelle sezioni di plasticizzazione risultano quindi:

$$\begin{aligned} M^B = M^C = M_o^B - M_g^B - 4,476 \times M_a^B &= - 67.874 + 7.350 + \\ &+ 4,476 \times 12.774 = - 3.204 \\ M^{(11)} = M_o^{11} - M_g^{11} - 4,476 \times M_a^{(11)} &= 24.760 - 2.450 - \\ &- 4,476 \times 5.700 = - 3.204 \end{aligned}$$

e definiscono una distribuzione di residui lungo tutta la trave (fig. 3-80 a).

I momenti totali,

$$\begin{aligned} M_{i \max} &= M_{gi}^e + \gamma_v M_{ai}^e \max + M_i^* \\ M_{i \min} &= M_{gi}^e + \gamma_v M_{ai}^e \min + M_i^* \end{aligned}$$

per  $\gamma_v = 4,476$ , sono riportati nella tabella seguente e, in diagramma, nella fig. 3-79; essendo sempre  $\rho \leq 1$ , può perciò porsi

$$\psi = \gamma_v = s_v = 4,476 .$$

Se- zione	$M_g$	$M_a^e \max$	$\gamma_v \cdot M_a^e \max$	$M^*$	$M_{\max}$	$M_a^e \min$	$\gamma_v \cdot M_a^e \min$	$M_{\min}$
1	+ 750	+ 2.150	9.624	— 356	10.018	— 1.050	— 4.700	— 4.306
2	+ 1.190	+ 3.700	16.562	— 712	17.000	— 2.050	— 9.176	— 8.738
3	+ 1 050	+ 4.800	21.486	— 1.210	21.326	— 3.450	— 15.443	— 15.603
4	+ 100	+ 4.800	21.486	— 1.709	19.877	— 4.850	— 21.710	— 23.319
5	— 1.650	+ 3.500	15.667	— 2.207	11.810	— 6.200	— 27.752	— 31.609
6	— 4.150	+ 1.950	8.729	— 2.706	1.873	— 8.700	— 38.943	— 45.799
B	— 7.350	+ 1.686	7.547	— 3.204	— 3.007	— 12.774	— 57.179	— 67.733
7	— 3.650	+ 1.450	6.490	— 3.204	— 364	— 7.450	— 33.348	— 40.202
8	— 850	+ 2.000	8.952	— 3.204	+ 4.898	— 3.750	— 16.786	— 20.840
9	+ 1.100	+ 3.500	15.667	— 3.204	+ 13.563	— 2.040	— 9.131	— 11.235
10	+ 2.150	+ 5.300	23.724	— 3.204	+ 22.670	— 2.040	— 9.131	— 10.185
11	+ 2.450	+ 5.700	25.514	— 3.204	+ 24.760	— 2.040	— 9.131	— 9.885

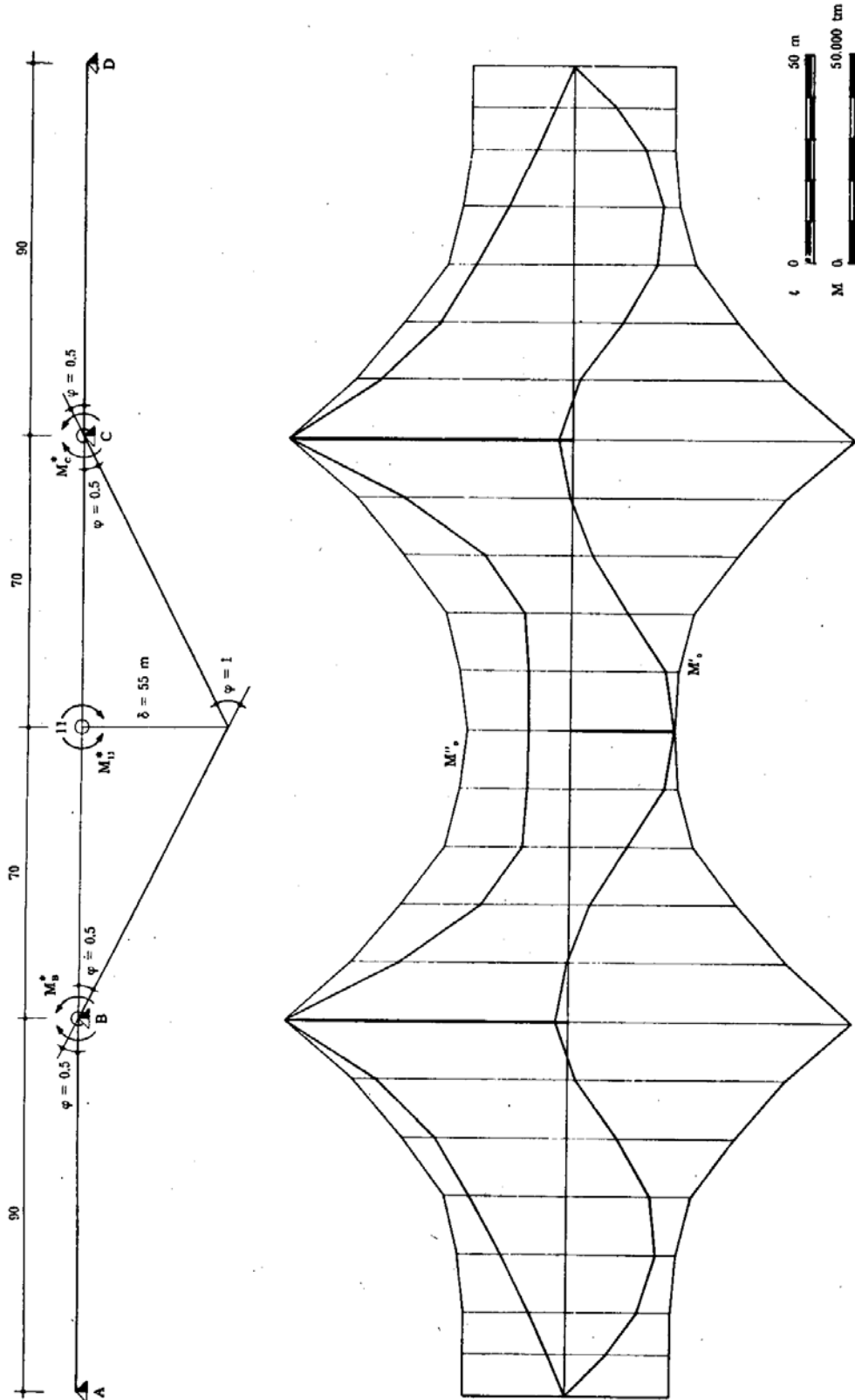


FIG. 3-79

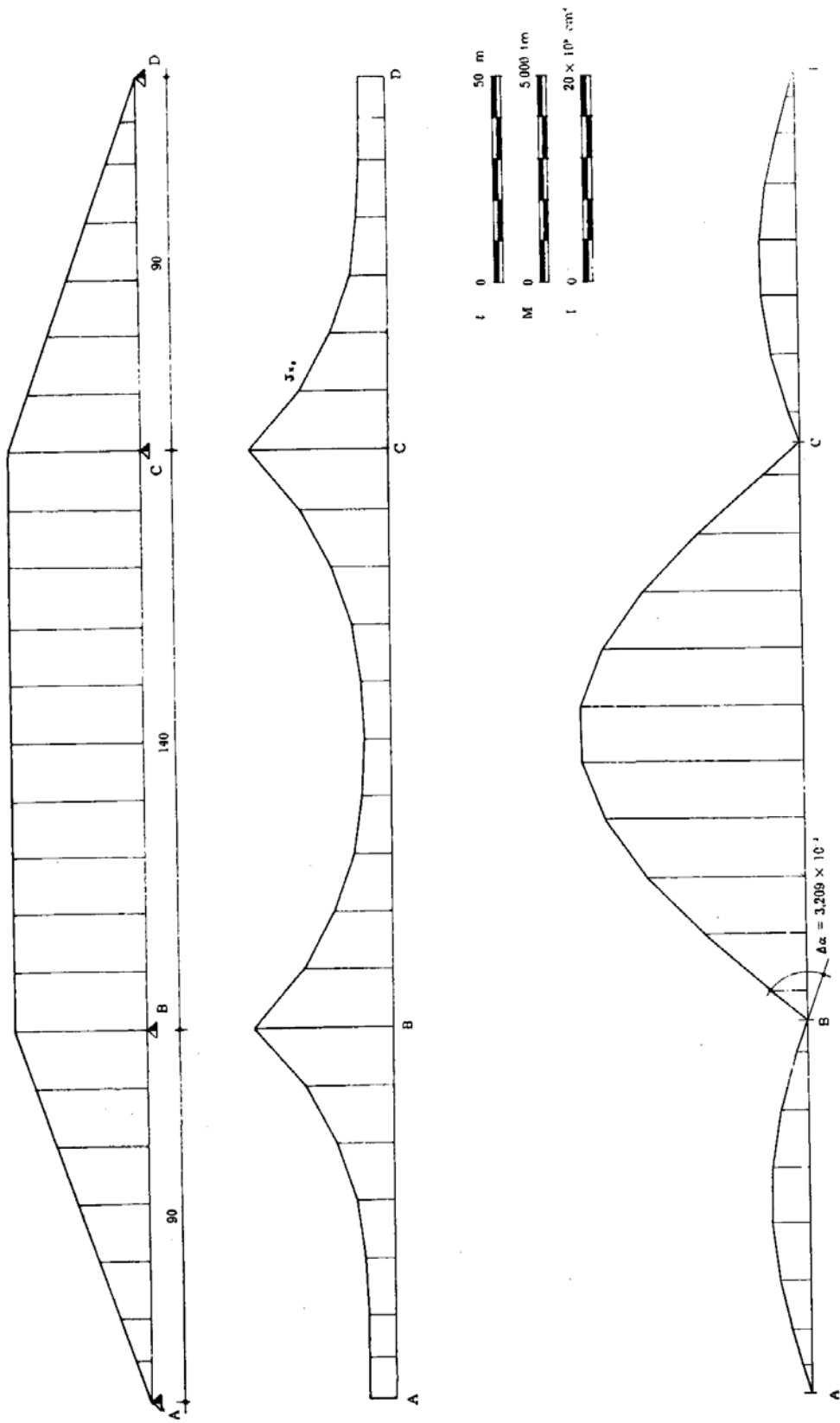


FIG. 3-80 a, b, c

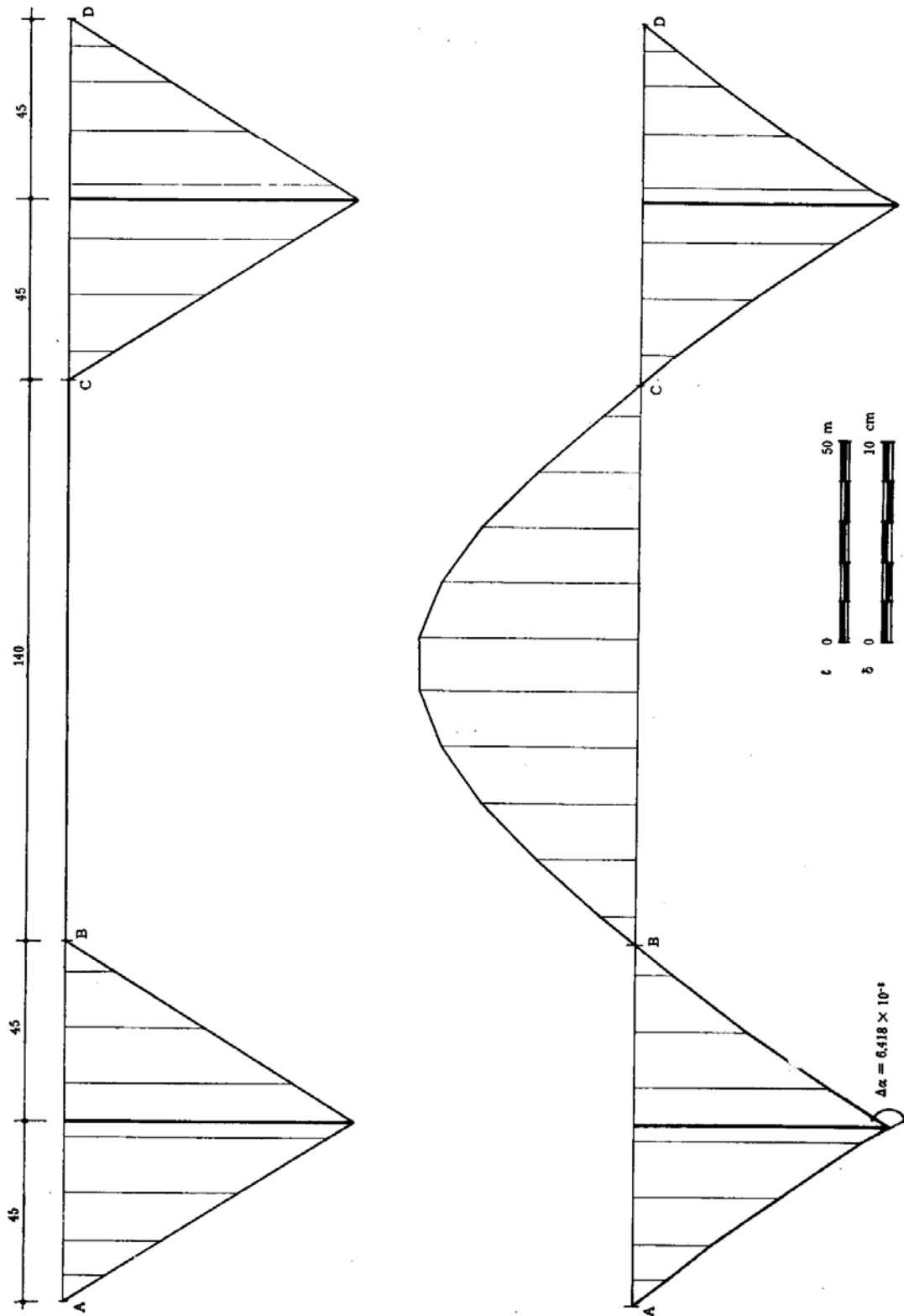


FIG. 3-80 d, e

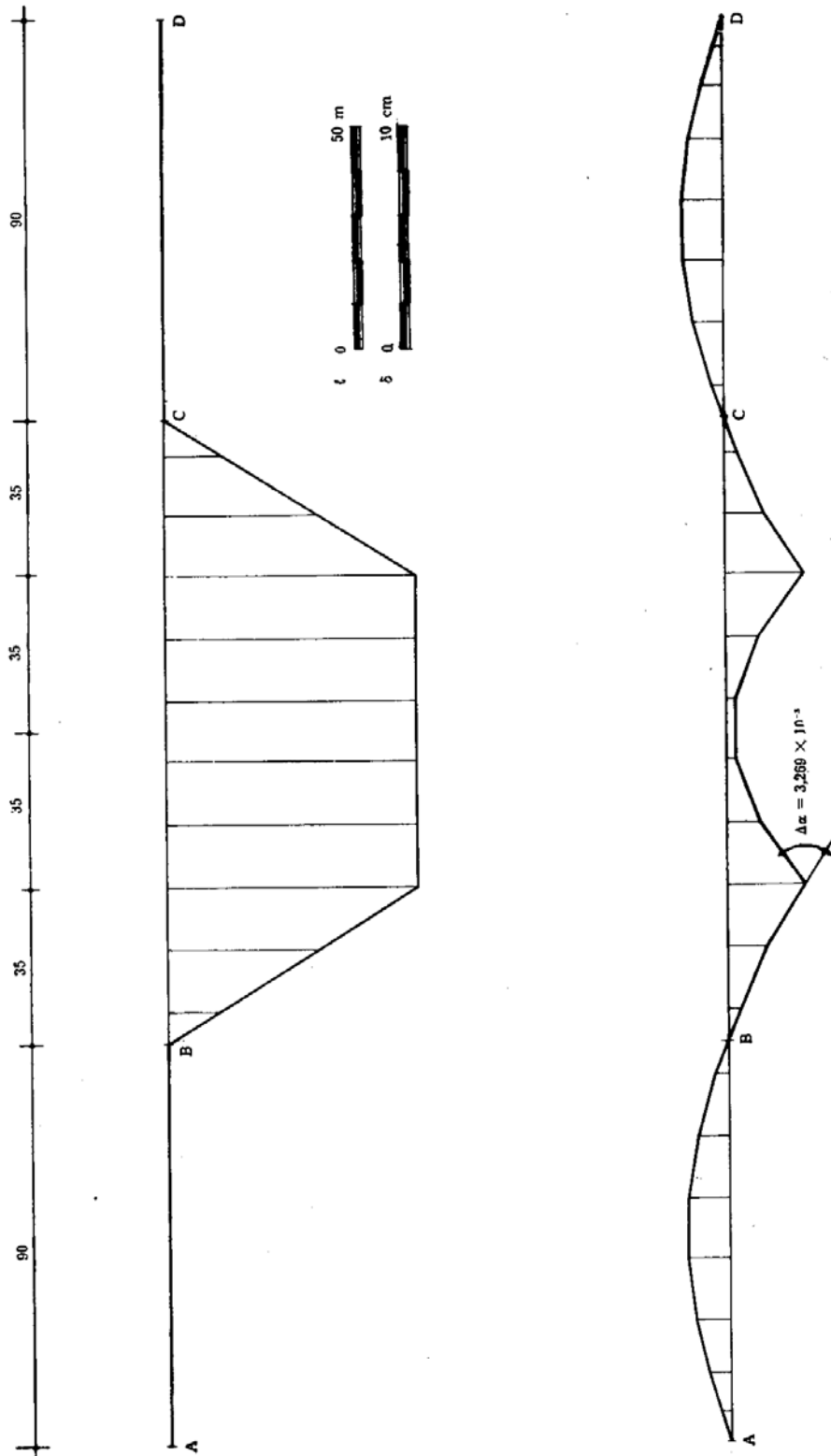


FIG. 3-80 f, g

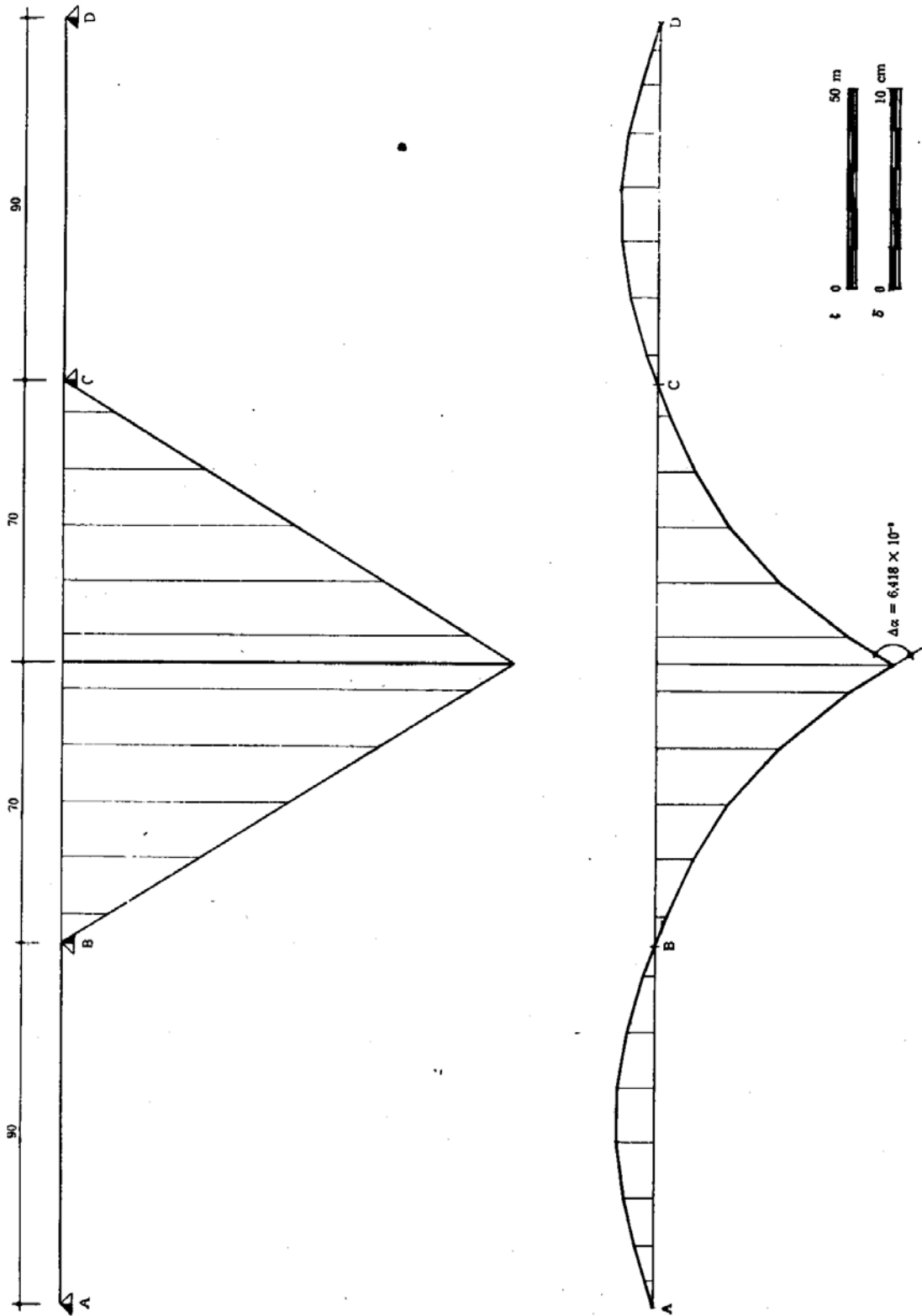


FIG. 3-80 h, i

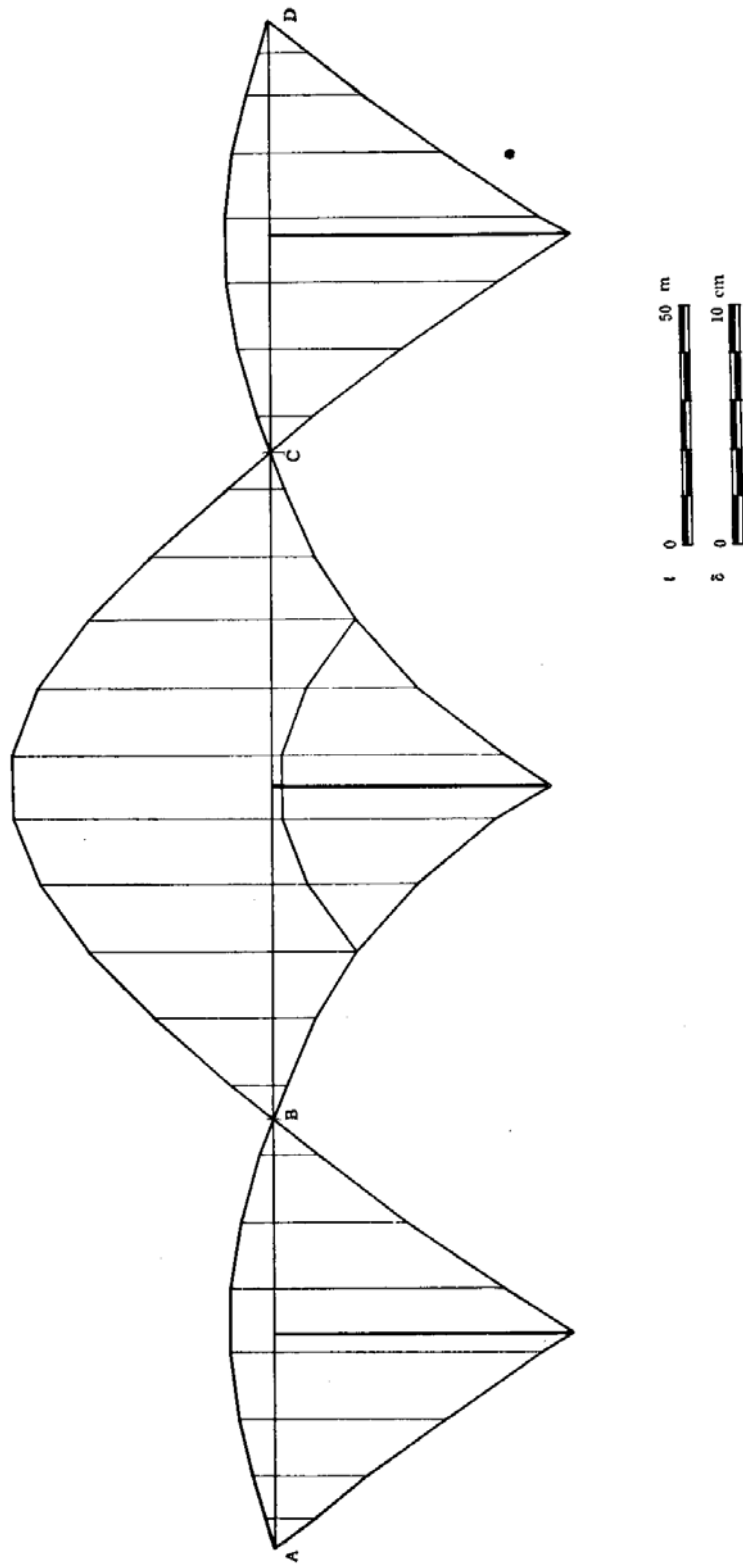


FIG. 3-80 l



Riassumendo i valori dei vari coefficienti di sicurezza risultano:

1° collasso statico:	$s_1 = 5,460$
2° collasso statico:	$s_2 = 5,295$
3° collasso statico:	$s_3 = 6,149$
collasso incrementale:	$s_v = 4,476$

Si osservi come il meccanismo di collasso incrementale non coincida con nessuno dei meccanismi di collasso statico determinati: ciò conferma che una verifica a rottura limitata al collasso statico non può prevedere neppure qualitativamente la realtà.

*Ricerca della deformazione al collasso.* — Il diagramma dei momenti residui riportato nella fig. 3-80 a, è connesso ad un insieme di distorsioni plastiche di rotazione relativa, applicate in alcune tra le infinite sezioni della trave, ove all'atto del collasso si sono avute le plasticizzazioni.

Per determinare per lo meno l'ordine di grandezza delle deformazioni connesse a tale diagramma di residui, si sono tracciate alcune deformate, ottenute sommando alla linea elastica di ciascuna campata corrispondente ai residui riportati nel diagramma di fig. 3-80 a, (tenendo conto, è ovvio, della variabilità della sezione, definita dai diagrammi dei momenti d'inerzia  $J_{x_0}$ , riportato nella fig. 3-80 b) la deformata cinematica compatibile con la presenza di due o tre cerniere lungo la trave.

Nella fig. 3-80 c, è riportata la deformata ottenuta prevedendo due cerniere sui due appoggi interni. Risultano rotazioni relative permanenti  $\Delta\alpha = - 3,209 \times 10^{-3}$ .

Sommata, a questa deformata, quella relativa ad un insieme antisimmetrico di distorsioni (cioè capace di non variare il diagramma dei momenti residui) ottenuta aggiungendo, per ciascuna campata laterale, una cerniera nella sezione di mezzeria, (fig. 3-80 d) si ottiene la deformata della fig. 3-80 e nella quale sono scomparse le distorsioni sugli appoggi, e sono comparse rotazioni relative nelle sezioni di mezzeria delle campate laterali, con  $\Delta\alpha = - 6,418 \times 10^{-3}$ .

Analogo procedimento si è seguito (fig. 3-80 f, g) pensando localizzate le cerniere plastiche nella campata centrale ( $\Delta\alpha = - 3,269 \times 10^{-3}$ ), e nella sola sezione di mezzeria (fig. 3-80 h, i;  $\Delta\alpha = - 6,418 \times 10^{-3}$ ). Nella fig. 3-80 l, sono state sovrapposte le deformate di collasso così determinate.

L'ordine di grandezza degli spostamenti, che è anche quello relativo alla reale deformata di collasso, è del tutto accettabile.