

di prova diverse, ciascuna delle quali richiede macchine di adatte caratteristiche.

Una prova di *fluage* consiste nell'applicare al provino un carico, di solito assiale, da mantenere costante e nel rilevare, durante un intervallo di tempo generalmente molto lungo, gli incrementi di deformazione che il provino subisce; su questo è disposto un apparecchio (*estensimetro*) che permette di misurare le variazioni di lunghezza susseguenti a quella che si ha immediatamente dopo l'applicazione del carico; è possibile così tracciare la curva  $\Delta\varepsilon(t)$  degli incrementi di deformazione nel tempo (fig. 11-51 a). Il tipo più semplice di prova, frequentemente adottata per lo studio del *fluage* nei metalli, comporta l'applicazione diretta di pesi al provino oppure l'uso di una macchina a leva; se si impiega una macchina idraulica, è necessario compensare le cadute di carico, conseguenti ai successivi allungamenti viscosi del provino, riportando costantemente il carico al valore iniziale con operazioni manuali, o con dispositivi automatici (v. § 11-2).

Nel caso di misure di *fluage* su materiali che presentano deformazioni viscoso lente e di modesta entità, come le malte ed i conglomerati di cemento, è possibile usare apparecchi molto semplici nei quali lo sforzo di compressione è determinato da una molla preventivamente deformata. Essi consentono di determinare, con sufficiente approssimazione, la legge dell'accorciamento viscoso nel tempo  $\delta^*(t)$  senza che sia necessario l'impiego di strumenti per la misura delle deformazioni; dalla (11-2) infatti, derivando rispetto alla variabile  $t$  (tempo) si ottiene

$$\frac{d\delta^*}{dt} = - \frac{dF}{dt} \left( \frac{1}{E_m} + \frac{1}{E_p} \right), \quad (12)$$

che consente di ricavare i successivi accorciamenti viscosi, note che siano le corrispondenti perdite di carico, facilmente valutabili alla pressa, come si vedrà più avanti nella descrizione di questo tipo di apparecchio. Il metodo non richiede l'uso di estensimetri, e comporta soltanto l'impiego della molla dinamometrica e la taratura dell'apparecchio; questo però deve essere costruito in modo che risulti  $E_m$  molto piccolo, e cioè deve possedere le caratteristiche di una macchina molto elastica, in modo da poter considerare valida l'ipotesi della deformazione a carico costante (v. form. 11-3); inoltre le misure delle cadute di carico  $\Delta F$  devono essere eseguite ad intervalli di tempo  $\Delta t$  sufficientemente ridotti, in modo che le  $\Delta F$  stesse risultino molto piccole rispetto al carico applicato  $F$ .

In una prova di *rilassamento*, la deformazione del provino dovuta all'applicazione del carico è mantenuta costante, e si misurano le cadute di tensione che si verificano per effetto viscoso. Se il dispositivo di prova è quello usuale, e cioè provino e dinamometro messi in serie, l'invariabilità

nel tempo della deformazione iniziale del campione è assicurata soltanto se i vari organi della macchina, dinamometro compreso, costituiscono un complesso praticamente indeformabile; per questa ragione le difficoltà di una prova di rilassamento sono molto maggiori che nel caso di una misura di fluage. Un procedimento molto usato consiste nel controllare le de-

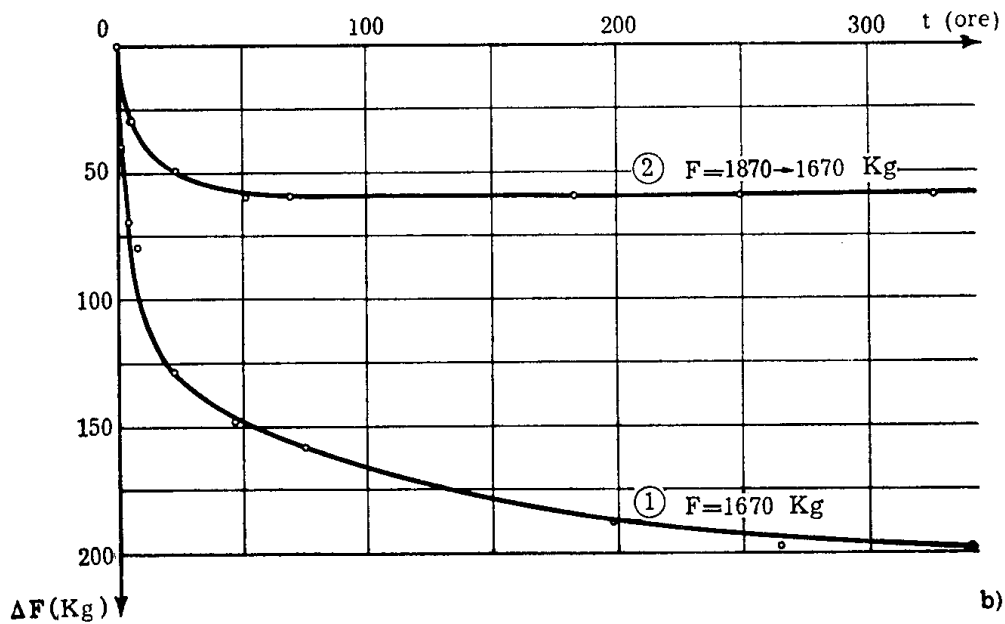
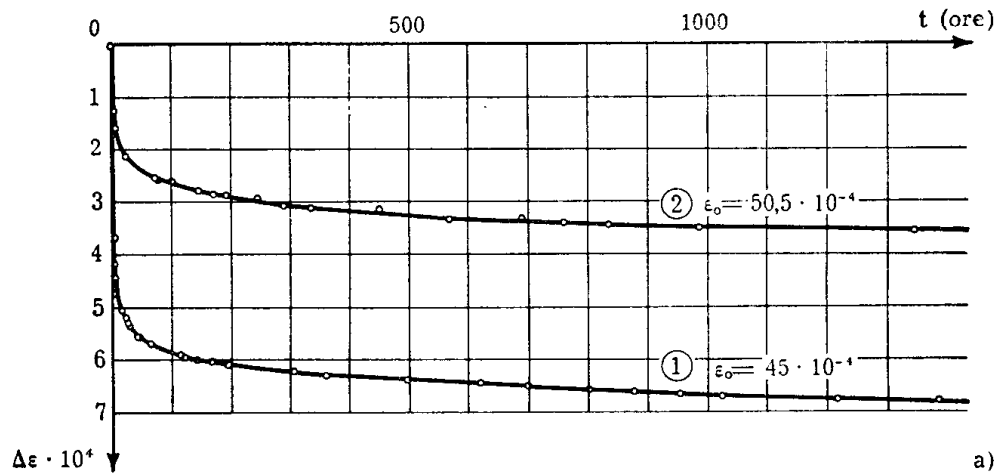


FIG. 11-51

(da Magnel)

formazioni del provino con un estensimetro e nel riportare le letture strumentali, eseguite ad intervalli di tempo  $\Delta t$  sufficientemente piccoli, a quella iniziale, mediante correzioni del carico esercitato dalla macchina di prova; la somma delle corrispondenti cadute di carico fornisce la curva di rilassamento  $\Delta F(t)$  (fig. 11-51 b).

E' dovuto a G. Dawance (\*) un particolare metodo di misura del rilassamento nei fili di acciaio armonico per strutture in conglomerato pre-compresso: poichè la frequenza propria di vibrazione trasversale  $f$  di un filo, di lunghezza  $l$  e densità lineare  $\mu$ , teso dalla forza  $F$ , è espresso dalla

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (13)$$

la misura della tensione iniziale e delle successive cadute viscosse della forza applicata può tradursi nella determinazione della frequenza propria del filo. Il provino viene teso fino al carico di prova e fissato entro un telaio molto rigido, con ancoraggi accuratamente realizzati per escludere ogni possibilità di slittamento; successivamente vengono eccitate in esso delle vibrazioni meccaniche che, essendo create in presenza di un elettromagnete, producono variazioni dell'interferro. Gli avvolgimenti dell'elettromagnete diventano sede di oscillazioni elettriche, indotte da quelle meccaniche del provino; le forze elettromotrici così generate, amplificate da più stadi di valvole, vengono raccolte da un frequenziometro.

L'andamento dei diagrammi cui danno luogo i due tipi di prova si rileva dalla fig. 11-51 a (*fluage*) e dalla fig. 11-51 b (*rilassamento*), relative ai risultati di esperienze su fili di 5 mm di diametro, di acciaio armonico con tensione di 115 kg/mm<sup>2</sup> al limite elastico e di 150 kg/mm<sup>2</sup> a rottura (\*\*). In entrambi i casi la prova è stata eseguita sia applicando la tensione di esercizio di 85 kg/mm<sup>2</sup> (curve 1), sia sovraccaricando il provino alla tensione di 95 kg/mm<sup>2</sup> per un breve intervallo di tempo e riportandolo successivamente al valore di esercizio (curve 2). Si rileva che la presenza del sovraccarico iniziale riduce di molto in entrambi i casi l'effetto viscoso: a carico costante, l'incremento di deformazione si riduce dal 15 % al 7 % della deformazione istantanea misurata all'applicazione del carico; a lunghezza costante, la perdita di tensione del 12 % diminuisce al 3,6 % di quella iniziale. Lo smorzamento del fenomeno è molto più accentuato nella prova di rilassamento.

La macchina universale di fluage *Amsler* (fig. 11-52) è del tipo a bilancia e consente di eseguire prove con carichi fino a 5000 kg, a temperature comprese tra 20° e 1000° C. La provetta A, racchiusa nel forno elettrico B, è disposta verticalmente con le estremità collegate, a mezzo di

(\*) G. DAWANCE: « Une nouvelle méthode pour l'étude de la relaxation des fils d'acier, Annales Inst. Techn. Bât. e T. P., 1948.

(\*\*) G. MAGNEL: « Le béton précontrainte », Vol. IV della serie « Pratique du calcul du béton armé », Fecheyr 1948.

mandrini di serraggio, al telaio della macchina e ad un braccio della leva; l'altro braccio è caricato con le masse C, sostenute da un'asta di sospensione, mentre un peso cursore D consente l'aggiustamento fine del carico di prova. L'ammortizzatore idraulico E rallenta la discesa dei pesi, per evitare contraccolpi nel caso che occorra raggiungere il carico di rottura della provetta.

Il forno elettrico è accuratamente studiato per ottenere un afflusso uniforme di calore su tutta la lunghezza del campione A: le resistenze F, regolabili individualmente, sono distribuite lungo l'asse del provino e tre coppie termo-elettriche G misurano la temperatura alle estremità ed al

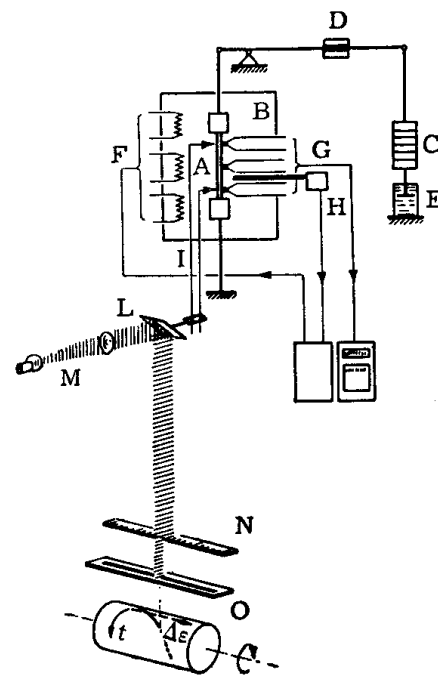
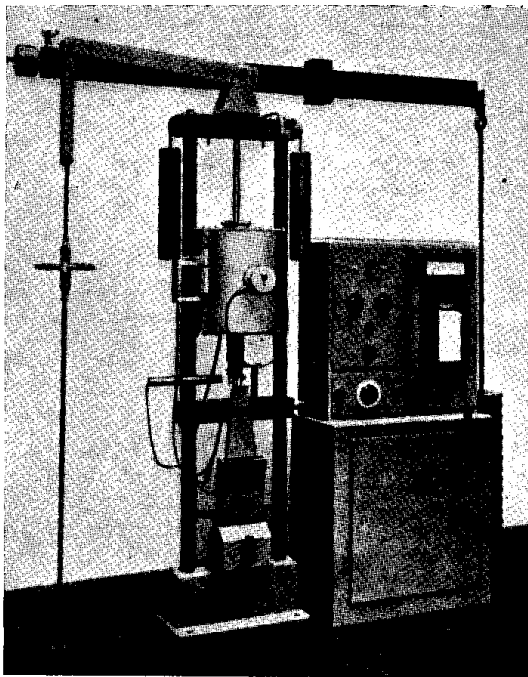


FIG. 11-52

centro della barretta; un regolatore H assicura la costanza della temperatura ed impedisce surriscaldamenti accidentali.

Al provino è applicato un estensimetro di precisione I in lega refrattaria, che misura contemporaneamente gli allungamenti su due generatrici diametralmente opposte, e ne fornisce direttamente il valore medio; l'allungamento è convertito nel movimento di rotazione di uno specchio L, sul quale l'illuminatore M proietta un pennello luminoso. La deformazione può così essere rilevata sulla scala N, mentre una parte del raggio luminoso impressiona il nastro fotografico avvolto sul tamburo O che è messo in rotazione intorno al proprio asse da un piccolo motore sincrono; questo dispositivo fotografico di registrazione fornisce direttamente la curva delle deformazioni nel tempo.

Una seconda versione della macchina di fig. 11-52 permette anche l'esecuzione di prove di rilassamento; in questo caso, il peso D è messo in movimento da un motore comandato da una cellula fotoelettrica che segue passo a passo il raggio luminoso dell'estensimetro ottico. Se l'allungamento iniziale del provino aumenta, la cellula viene illuminata e richiama indietro il peso D, fino a quando l'accorciamento elastico così provocato non compensa quello permanente di origine viscosa; contemporaneamente la cellula fotoelettrica viene oscurata. Le cadute di tensione vengono così ricavate secondo un diagramma a gradini di altezza irrilevante per la grande sensibilità dell'apparecchio.

In fig. 11-53 è riportato un tipo di macchina a leva per prove di rilassamento a temperatura ordinaria, su fili di acciaio armonico fino a 7 mm di diametro (\*). Il provino A è collegato ad un braccio della leva ed al basamento della macchina con i morsetti B, B', costituiti da piastre di acciaio, serrate con bulloni ad alta resistenza; a bilancia scarica, il braccio è tenuto in posizione perfettamente orizzontale dal peso equilibrante P' e dalla piccola massa P'', spostabile lungo un'asta per la regolazione fine dell'orizzontalità. Applicato il carico di prova P, esso all'inizio è equilibrato dal perno C azionato da un volantino, e successivamente, amplificato dieci volte dal rapporto di leva, viene trasmesso con gradualità al provino; ciò si ottiene mettendo quest'ultimo in trazione con il meccanismo a vite D, ad avanzamento micrometrico, fino a che il braccio della leva si disimpegna dal sostegno C. Si inserisce quindi l'anello dinamometrico E che, deformandosi elasticamente, equilibra le successive cadute viscosse di tensione; un comparatore millesimale, inserito nell'anello di misura, fornisce le deformazioni diametrali già tradotte in unità di rilassamento. L'apparecchio unisce una notevole precisione alla semplicità di funzionamento, ed offre il vantaggio di non richiedere operazioni supplementari per correggere, in corso di prova, gli incrementi della deformazione iniziale del provino, poichè essi risultano contenuti nei limiti prescritti dalle norme (\*\*); un'ulteriore e pregevole caratteristica della macchina è costituita dalla possibilità di tarare direttamente sulla bilancia il dinamometro ad anello; di questo tipo di apparecchio e della relativa taratura si tratterà più estesamente nel § 8 di questo capitolo.

La viscosità di malte, conglomerati e pietre naturali viene studiata con prove di *fluage* in regime di compressione; per illustrare questo tipo

---

(\*) Il dispositivo di fig. 11-53, ideato da G. Nicolosi, è impiegato per le prove di viscosità a lunghezza costante nel *Laboratorio Prove dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni* della Facoltà di Ingegneria di Napoli.

(\*\*) Le Norme attualmente in vigore in Italia (Circ. Min. LL. PP. n. 194 del 1960) prescrivono che, durante la prova di rilassamento, la deformazione della base di misura non deve subire variazioni superiori a 1/10.000 e che le letture vengano fatte a deformazione ripristinata a meno di 1/50.000.

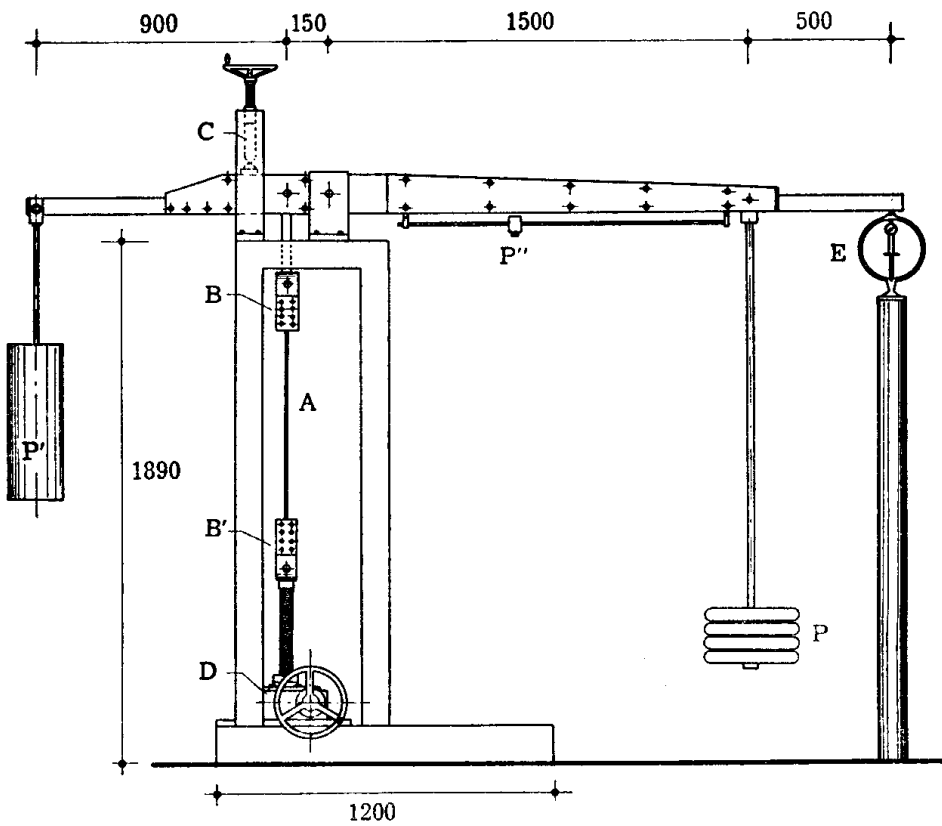
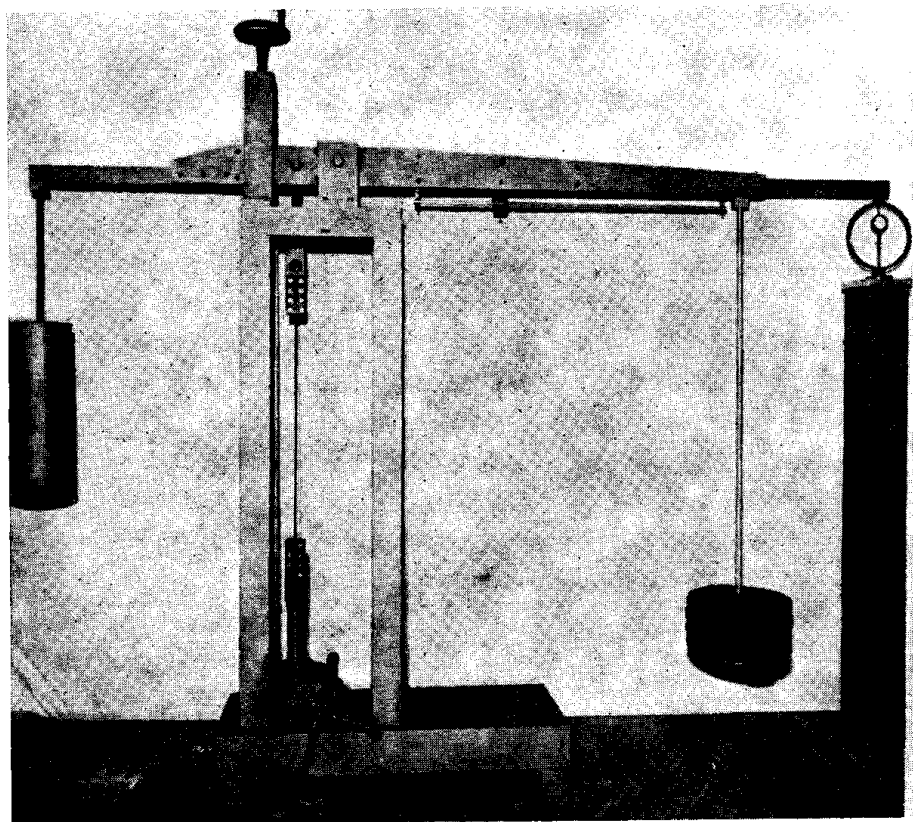


FIG. 11-53

di esperienze, che hanno la durata di decine ed anche di centinaia di giorni, è sufficiente descrivere alcuni apparecchi lungamente sperimentati presso i *Laboratoires du Bâtiment e des Travaux Publics* (Parigi).

Nell'apparecchio di fig. 11-54 a, il provino A, messo in serie con una molla B opportunamente dimensionata, viene compresso tra due piastre C, C' unite da quattro aste filettate D, con bulloni di serraggio alle estremità; il carico di prova è applicato all'apparecchio, completo di provino, a mezzo di una pressa. Durante la fase di carico, i bulloni vengono serrati a fondo in modo che la distanza tra le piastre non subisca variazioni dopo lo scarico; poichè si opera su materiali che presentano piccoli accorcia-

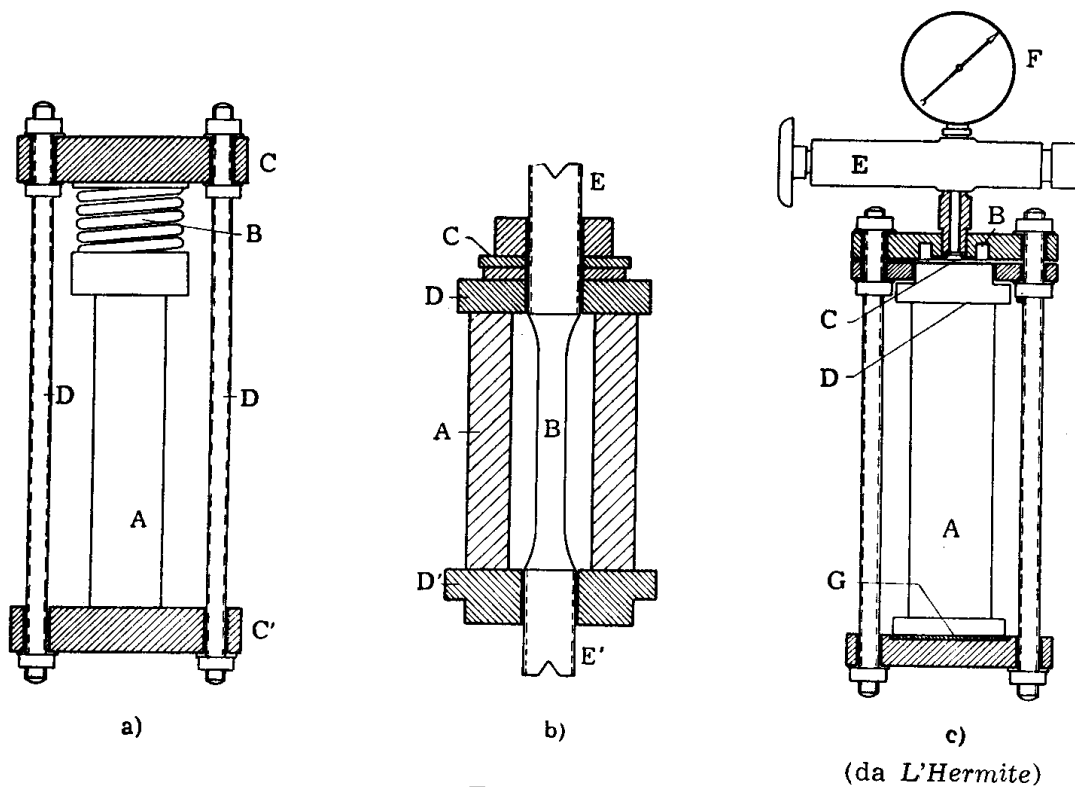


FIG. 11-54

menti viscosi, è possibile tracciare la curva di *fluage* utilizzando la (11-12) e quindi rilevando alla pressa le successive cadute di sforzo, con operazioni analoghe a quella di messa in carico. Il metodo presenta l'inconveniente di una leggera perdita di precompressione per l'allungamento che subiscono le aste D, alla quale si somma l'altra dovuta all'accorciamento del provino.

Nell'apparecchio di *L'Hermite* (fig. 11-54 b), la costanza del carico nel tempo si ottiene con un dinamometro assiale B, costituito da una barra metallica alloggiata all'interno della provetta tubolare A, e regolabile in funzione degli accorciamenti di quest'ultima. Le estremità della barra dina-

mometrica sono filettate per poter essere fissate in una macchina di trazione, con la quale si applica il carico di prova; avvitando l'anello C fino a portarlo in contatto con la piastra D e scaricando la barra, il provino viene messo in compressione tra D e D'; lo sforzo che inizialmente sollecita il campione di malta si ottiene misurando la variazione di distanza tra le due tacche E, E', a mezzo di apposito apparecchio (*retrattometro*). Successivamente si ha una caduta viscosa di tensione nel provino e quindi un accorciamento della barra B, che viene misurato col retrattometro; sottoponendo di nuovo la barra ad uno sforzo di trazione e dando un nuovo giro alla vite C, fino a rimetterla in contatto con la piastra D, è possibile riportare lo sforzo al valore iniziale. L'operazione, ripetuta più volte, consente di ottenere la legge di variazione nel tempo degli accorciamenti dovuti alle successive correzioni dello sforzo; ciò a patto che ciascun accorciamento sia tanto piccolo da poter considerare costante, nell'intervallo di tempo tra una misura e l'altra, lo sforzo impresso al provino. Il metodo è reso difficoltoso dalla delicatezza e dalla precisione con la quale occorre effettuare la rotazione dell'anello filettato C, per evitare torsione della provetta o un eccessivo sforzo di compressione.

I più recenti dispositivi adoperati presso i *Laboratoires du Batiment et des Travaux Publics* utilizzano sistemi idraulici di messa in carico, basati sull'uso di capsule manometriche a membrana (fig. 11-54 c). La provetta A è inserita nel telaio dell'apparecchio che reca superiormente la

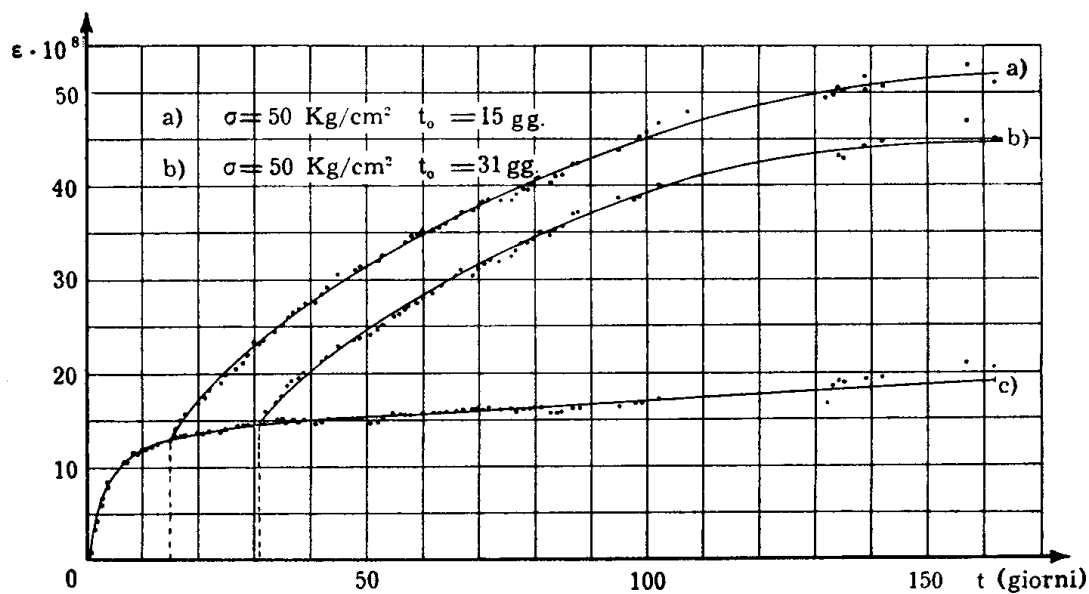


FIG. 11-55

(da Giangreco)

cavità manometrica B ripiena di olio; questa è limitata da una membrana di caucciù C, che trasmette la pressione al pistone D agente sulla provetta.



Le variazioni di pressione si ottengono con l'apparecchio a vite E, e sono registrate dal manometro F, il che rende possibile riportare al valore iniziale lo sforzo applicato al provino, ogni volta che se ne ha una variazione apprezzabile. Il contrasto con la parte inferiore dell'apparecchio avviene con l'interposizione di uno spessore di gomma G.

La fig. 11-55 riporta le curve di deformazione viscosa di provini di pasta di cemento, ottenute con l'apparecchio di fig. 11-54 b, reso più preciso dall'impiego di una chiave dinamometrica di serraggio, secondo una modifica dovuta a E. Giangreco (\*). La tensione iniziale di compressione è di 50 kg/cm<sup>2</sup>; la curva a) è ottenuta operando su serie di provini messi in carico a 15 giorni di stagionatura, la curva b) con analoghe prove iniziate a 31 giorni di stagionatura. Il diagramma c) fornisce gli accorciamenti di una serie di provini non caricati (curva di ritiro).

### 8. Apparecchi di taratura.

Si definisce *fedeltà* di una macchina di prova, in corrispondenza di un punto della sua graduazione e per ciascuna scala di misura, lo scarto massimo rilevato tra le letture corrispondenti a dei carichi rigorosamente uguali, espresso in percentuale del limite superiore della scala di misura adoperata. Si definisce inoltre *esattezza* della macchina, nel generico punto della sua graduazione, il valore medio degli errori osservati durante una serie di misure eseguite in corrispondenza di tale punto, esprimendo gli errori stessi in percentuale della corrispondente indicazione di un apparecchio adoperato per il controllo della macchina (\*\*).

Come si rileva, l'esattezza e la fedeltà di una macchina di prova sono definite tramite i corrispondenti errori; questi possono essere presenti in un dispositivo di prova a causa di difetti di costruzione o per guasti sopravvenuti, oppure possono derivare da manutenzione imperfetta o da usura e perciò essere variabili nel tempo: ciò rende necessarie frequenti e precise verifiche (*taratura* della macchina) che possono eseguirsi direttamente con l'applicazione di pesi, o indirettamente a mezzo di dinamometri. Questi traducono la taratura nel confronto con un'altra macchina campione, adoperata per determinare la scala di lettura dell'apparecchio di verifica.

In questo paragrafo verranno descritti alcuni dei tipi di dinamometri

---

(\*) E. GIANGRECO: « *Sui primi risultati di una ricerca sperimentale sul fluage e sul ritiro dei cementi* », Industria Italiana del Cemento, 1960.

(\*\*) Le definizioni di *fedeltà* ed *esattezza* di una macchina di prova, sono state ricavate dalle Norme NF A 03-001, del 28 febbraio 1943, sulla taratura delle macchine di prova, dell'Association Française de Normalisation (AFNOR).

più frequentemente usati per la taratura delle macchine di prova, in particolare per quelle di compressione e flessione, e di trazione; tutti rientrano nella categoria dei *dinamometri ad elasticità* (§ 11-3) e si differenziano essenzialmente per le caratteristiche dell'elemento elastico e dell'organo di misura delle deformazioni. E' prerogativa comune di questi apparecchi quella di rilevare la forza applicata attraverso la misura di una deformazione elastica; essi devono essere perciò contrassegnati da una rigorosa scelta delle qualità fisiche del materiale che li costituisce: stabilità di struttura, assenza di fenomeni di isteresi meccanica e termica. I dinamometri elastici sono molto sensibili alle variazioni di temperatura, che possono falsare in modo non trascurabile le letture; queste vanno, in tal senso, corrette, in particolare se le operazioni di taratura sono molto

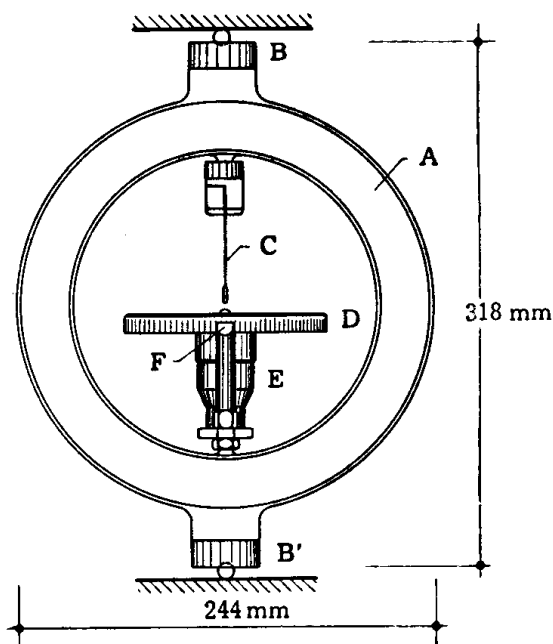
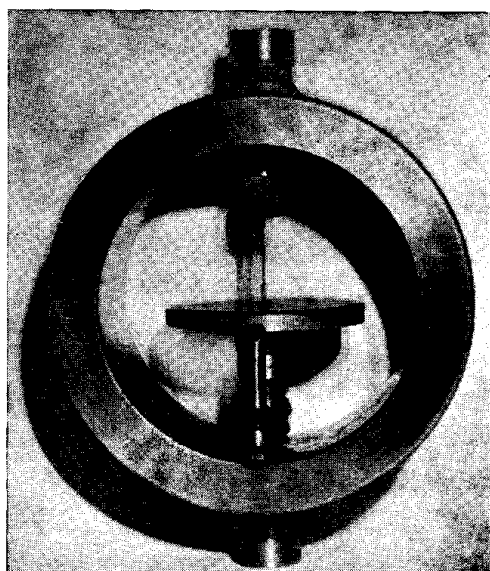


FIG. 11-56

lunghe. In compenso questi apparecchi presentano il vantaggio di un impiego molto semplice e indipendente dal peso dell'apparecchio, che peraltro si presenta maneggevole ed impiegabile in varie condizioni di prova.

Una barra di acciaio speciale od un cilindro dello stesso materiale, corredati di apparecchi che ne rilevano le deformazioni sotto carico, costituiscono il tipo più semplice di dinamometro elastico, da impiegare per le macchine di trazione, rispettivamente di compressione; generalmente però la forma che si conferisce all'apparecchio è quella di un anello circolare od ellittico, ottenendosi così deformazioni molto maggiori e quindi una più ampia sensibilità dell'apparecchio. In fig. 11-56 è riportato il dinamometro ad anello tipo *Morehouse* adoperato per tarare macchine di

compressione fino a 50 t, ma adattabile anche a verifiche in regime di trazione, con opportuna attrezzatura per l'inversione dello sforzo della macchina. L'anello A, a sezione rettangolare, è fornito di due espansioni B, B' che vanno messe in contrasto con i piatti della macchina da tarare, con l'interposizione di spessori di acciaio di opportuna durezza; una o entrambe le estremità B, B' vengono articolate con sfere di acciaio, secondo che la macchina sia provvista o meno di una piastra snodata: ciò consente la trasmissione centrata del carico. La lamina C, fornita all'estremità di una piccola massa (*martello*) può essere messa in vibrazione manualmente; ruotando il disco graduato D, se ne determina, a mezzo della vite micrometrica E, l'avanzamento in direzione del martello, fino a determinare il contatto di quest'ultimo con il risalto emisferico (*incudine*) posto al centro del disco.

Le letture, sia ad anello scarico, che sotto i carichi via via crescenti, si eseguono, in corrispondenza dell'indice F, mettendo in vibrazione la lama e facendo ruotare successivamente il disco fino a determinare un leggero contatto tra incudine e martello; il contatto si accerta acusticamente con il suono prodotto dagli urti ripetuti che così vengono a crearsi. La giusta posizione relativa tra incudine e lamina vibrante si ottiene quando il suono si estingue in due o tre secondi; si può così valutare l'accorciamento diametrico dell'anello espresso dal numero di divisioni che si legge sul disco, e misurare il carico applicato tramite una curva che fornisce il fattore di taratura in funzione del numero di divisioni relativo alla generica lettura: per l'apparecchio di fig. 11-56 una divisione del disco corrisponde ad uno sforzo S variabile da 93 a 94,4 kg, per letture che vanno da zero a 600 divisioni. La calibratura dell'apparecchio è eseguita all'origine in ambiente a 70° F; una formula di correzione fornisce il fattore di taratura  $k_t$  alla temperatura  $t$  di prova, a partire da quello  $k_{70}$  fornito dalla curva di taratura:

$$k_t = k_{70} - 15 \times 10^{-4} (t - 70) k_{70} .$$

L'anello di taratura *Mohr e Federhaff* per macchine di trazione (fig. 11-57) adotta come corpo elastico un elemento di acciaio temperato A con forma di poligono molto allungato; l'apparecchio si ammorsa nella macchina con pezzi metallici avvitati sulle estremità filettate B, B' e viene sottoposto allo sforzo di trazione che, deformando l'anello, causa spostamenti relativi dei punti C, C'. Il cambiamento di forma è rilevato, con forte ingrandimento, dall'apparecchio di misura D (*comparatore centesimale*), al quale gli spostamenti relativi tra C e C' sono riportati tramite un dispositivo a leva disposto tra le due braccia del corpo elastico; dalle letture al comparatore, si risale al valore del carico applicato, adoperando tabelle di conversione ricavate per ciascun apparecchio con una

macchina campione. L'anello di fig. 11-57 è adoperato per tarare macchine fino alla portata di 100 t.

Il dinamometro *Losenhausen* per macchine di compressione (fig. 11-58),

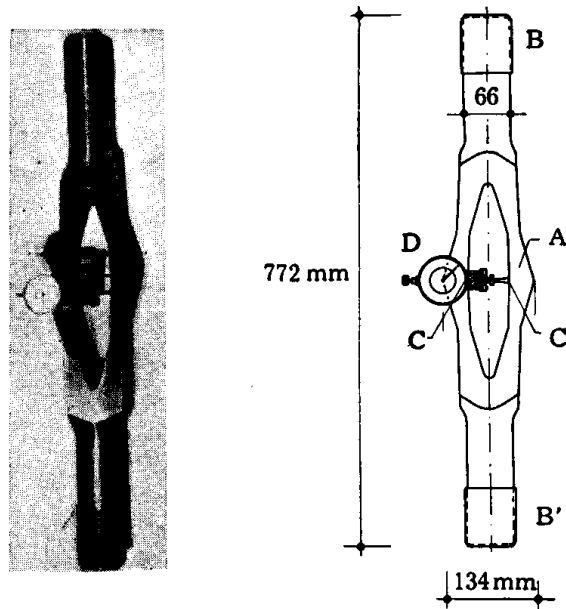


FIG. 11-57

impiega come elemento deformabile una capacità a perfetta tenuta, riempita di glicerina: questa scatola di pressione è chiusa superiormente da una membrana di caucciù, incastrata al perimetro, sulla quale riposa

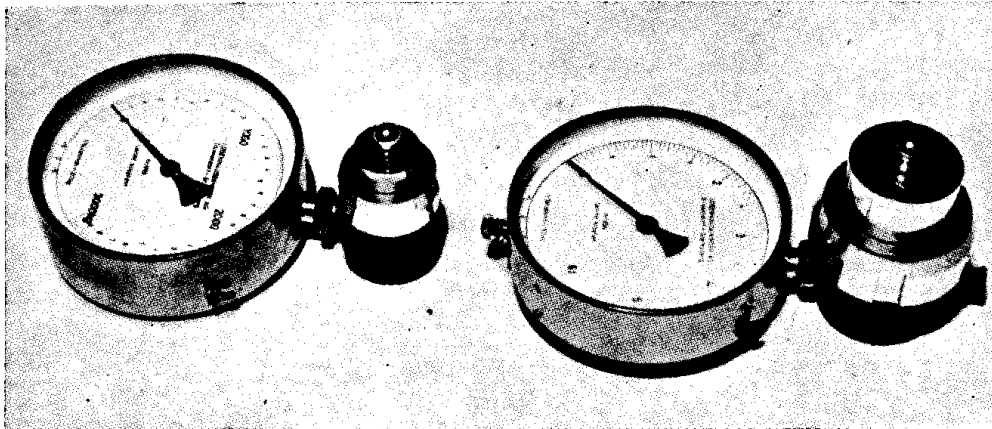
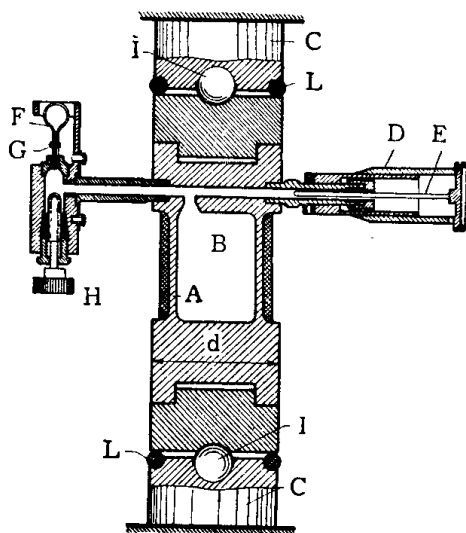


FIG. 11-58

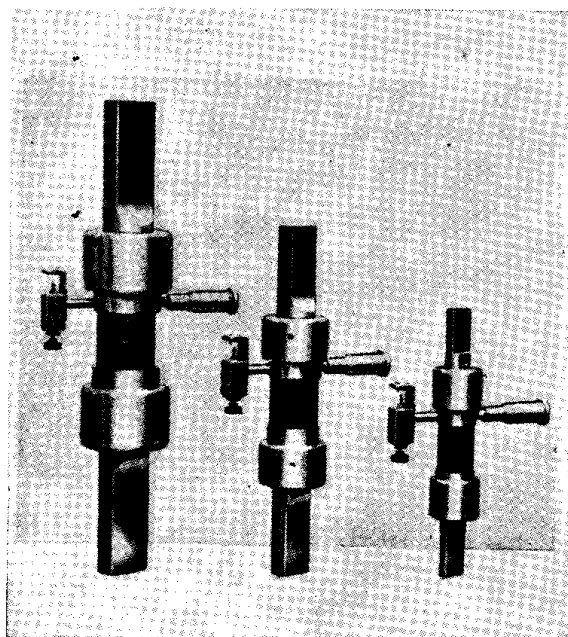
un pistone a piccola corsa. Lo sforzo esercitato dalla macchina è trasmesso a quest'ultimo da una piastra con snodo sferico ed i corrispondenti spostamenti determinano, nel fluido che riempie la scatola, delle variazioni di pressione che vengono lette ad un manometro di precisione, già tra-

dotte in unità di carico. In fig. 11-58 sono riportate due scatole di taratura per carichi fino a 3000 e 6000 kg; ciascuna divisione corrisponde a 20 kg ed a 50 kg rispettivamente; un dispositivo a vite consente la correzione del punto zero dell'apparecchio.

Nella *scatola di taratura Amsler* (fig. 11-59) il funzionamento è basato sulla variazione di volume dell'elemento elastico costituito da un cilindro a parete sottile A (fig. 11-59 a) che racchiude una capacità B ripiena di mercurio. Il carico di compressione viene applicato alle basi articolate C e determina delle variazioni del volume V del cilindro che possono con-



a)



b)

FIG. 11-59

siderarsi proporzionali alle corrispondenti variazioni della sua altezza  $h$ , per l'opportuna scelta delle dimensioni del corpo elastico; queste infatti sono tali da poter trascurare le deformazioni radiali del sistema, rispetto a quelle assiali. Si ha

$$\frac{\Delta V}{V} = A_i \frac{\Delta h}{h} ,$$

dove  $A_i$  è la sezione interna del cilindro e

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{F}{E A_s} ,$$

con  $A_s$  area della sezione sottile del cilindro,  $E$  modulo di elasticità longitudinale del materiale che lo costituisce, ed  $F$  forza applicata al dina-

mometro; dalle precedenti si trae che quest'ultima è misurabile come grandezza proporzionale alla variazione di volume del corpo cilindrico:

$$F = E \frac{A_s}{A_1} \frac{\Delta V}{V} . \quad (14)$$

Le variazioni di volume che si creano sotto i carichi applicati al dinamometro vengono valutate azionando, con la vite micrometrica D, il pistone E che, penetrando nella cavità ripiena di mercurio o ritirandosi da essa, sposta il livello del liquido nel sottile tubo di vetro F. L'apparecchio viene regolato, a carico nullo, in modo che l'estremo della colonna di mercurio collimi con l'indice G riportato sul tubo; questa messa a punto si ottiene, per qualunque posizione della vite, micrometrica, agendo sulla manopola H. Se si applica al cilindro cavo un carico assiale di compressione, esso si accorcia e sospinge nel tubo capillare una quantità di mercurio uguale alla variazione di volume della scatola e proporzionale, per la (11-14), alla forza agente; questa viene misurata riportando il livello del mercurio a coincidere con il riferimento G a mezzo della vite micrometrica, e rilevando il numero e le frazioni di giro dalle scale graduate, incise sulla parte fissa e su quella mobile della vite stessa.

La fig. 11-59 a è relativa ad una scatola di taratura per macchine di compressione; le testate C dell'apparecchio sono fornite di snodi sferici I e di anelli di caucciù L che consentono una precisa disposizione dell'apparecchio secondo l'asse della macchina. Lo stesso tipo di apparecchio è adoperato per tarare le macchine di trazione (fig. 11-59 b): in questo caso le estremità del corpo elastico sono filettate e ad esse vengono applicate, a mezzo di manicotti, delle prolunghe a forma di barre piatte che sono ammorsate nella macchina da verificare; uno snodo sferico tra barra e manicotto assicura l'esatta trasmissione dello sforzo assiale. La fig. 11-59 b riporta tre scatole di taratura del tipo ora descritto per carichi massimi di 100, 50 e 20 t rispettivamente.

Gli apparecchi di verifica delle macchine di prova devono essere a loro volta tarati; si adoperano a tale scopo speciali dispositivi capaci di produrre sforzi di intensità definita con rigorosa esattezza (macchina campione). La taratura di apparecchi di controllo di piccola e media portata, si esegue con macchine nelle quali lo sforzo è ottenuto per applicazione diretta di pesi. Per raggiungere carichi notevoli è necessario abbandonare questo sistema, a causa della grandezza dei pesi che si dovrebbero impiegare, e ricorrere a macchine campione idrauliche, ad applicazione indiretta di masse tarate; i pesi in questo caso vengono applicati ad un pistone scorrevole senza attrito in un piccolo cilindro di misura, collegato al martinetto di una macchina idraulica che trasmette lo sforzo, notevolmente amplificato, all'apparecchio da tarare.

### 9. Macchine di torsione.

Una delle prove di torsione che più frequentemente si esegue in Laboratorio, quella su fili metallici, è di scarso interesse nei riguardi dello studio del dispositivo e delle modalità di prova; essa consiste nel determinare il numero di giri di torsione che provoca la rottura del provino ed i relativi apparecchi sono molto semplici e talvolta azionati manualmente. La macchina di torsione è riservata alle misure tecnologiche su barrette, più spesso queste oggetto di prova dinamica, e su parti finite di macchine, come alberi a gomito, giunti, manovelle, molle di torsione; in questi casi sono richiesti elevati momenti torcenti e la macchina deve comprendere gli organi per la misura della coppia e dell'angolo di torsione. Di notevole interesse infine sono i dispositivi che consentono di esercitare la sollecitazione di torsione combinata con altre, come la trazione e la flessione; un vasto campo di applicazione è quello delle ricerche tecnologiche e scientifiche sui domini di resistenza dei materiali.

Una macchina di torsione deve trasmettere una coppia agente intorno ad un asse perfettamente determinato, senza che possano nascere sforzi parassiti; il principio di funzionamento si rileva dalla fig. 11-60, relativa

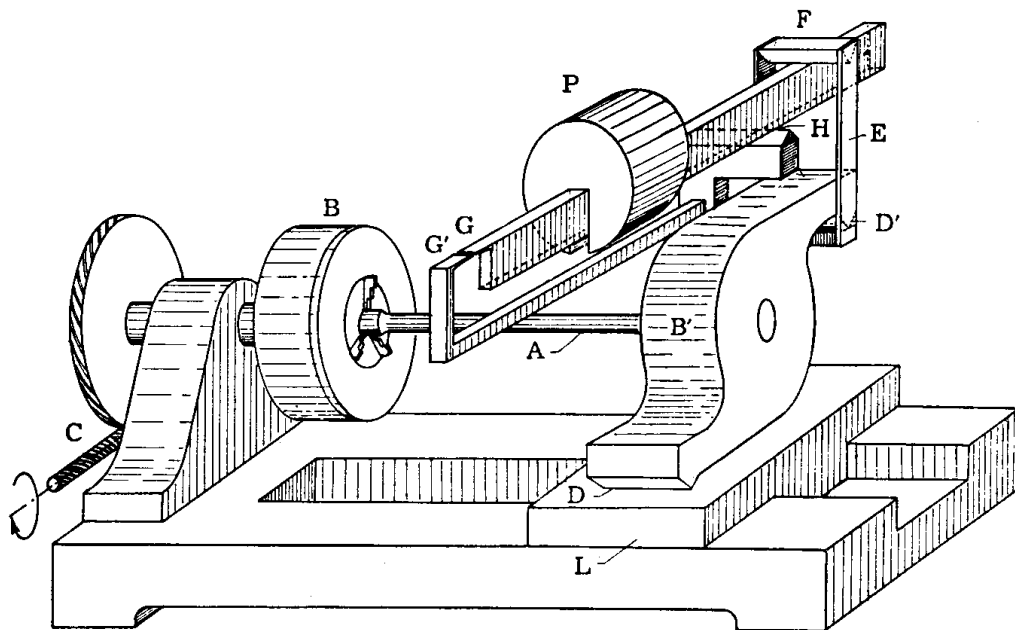


FIG. 11-60

allo schema di un tipo di macchina *Amsler*. Le estremità del provino A vengono fissate nei mandrini B, B', dei quali il primo è messo in rotazione da un motore tramite il sistema a vite senza fine e ruota dentata C, ed

il secondo equilibra la coppia torcente con due forze uguali e contrarie che si sviluppano in corrispondenza degli appoggi  $D, D'$ ; la staffa  $E$  che costituisce il secondo appoggio trasmette così una forza, proporzionale al momento torcente, all'estremo  $F$  del sistema di misura, costituito dalla leva  $FG$  con fulcro in  $H$ . L'equilibrio e la misura del momento applicato si ottengono facendo spostare il peso  $P$  lungo il braccio  $FG$  in modo che l'indice mobile  $G$  sia sempre a livello con quello fisso  $G'$ ; il movimento di  $P$  è provocato da un meccanismo a vite senza fine, azionato a mano, e le letture si eseguono, in corrispondenza della posizione di  $P$ , sulla scala che il braccio  $FG$  reca incisa.

L'angolo di torsione  $\vartheta$  viene letto, notevolmente amplificato, su di un disco che ruota con l'organo mobile della macchina; il diagramma  $M, \vartheta$  viene tracciato su di un tamburo che ruota intorno al proprio asse di angoli proporzionali a  $\vartheta$ , ed è mosso assialmente dallo stesso sistema che aziona il peso  $P$ . Gli appoggi  $D, D'$ , indicati come coltelli nello schema di fig. 11-60, sono in realtà costituiti da coppie di ruote che permettono gli spostamenti relativi dei due mandrini  $B, B'$ , durante la prova, in modo che non risultino sforzi di trazione nel provino. Il mandrino equilibratore e l'apparecchio di misura sono montati su di una slitta  $L$  spostabile lungo l'asse del banco, secondo le dimensioni del provino.

La fig. 11-61 si riferisce ad una macchina *Mohr e Federhaff* per prove

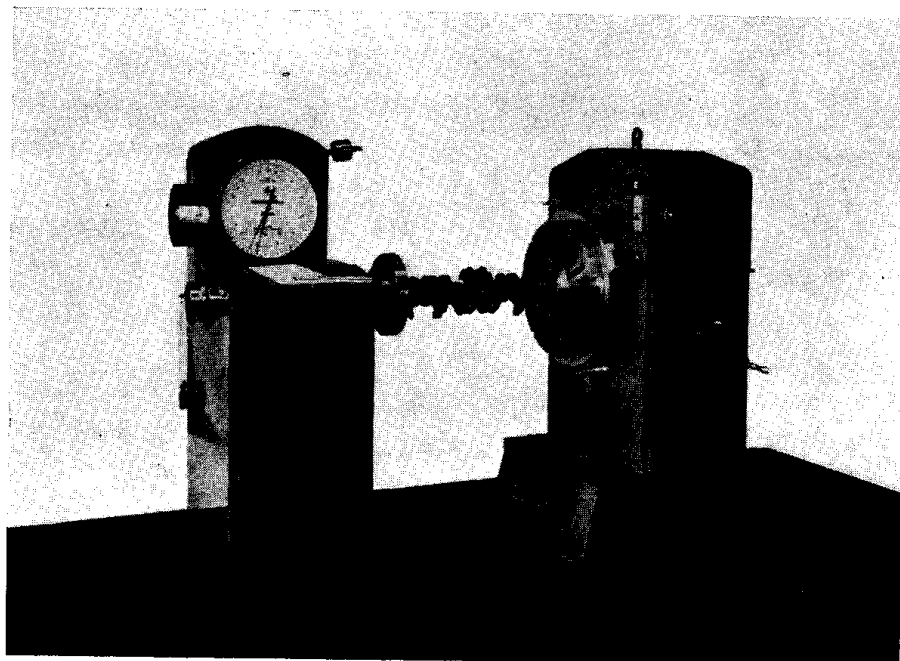


FIG. 11-61

di torsione fino a 500 kgm; i dischi autocentranti, previsti per il fissaggio dei corpi da provare, sono portati da due sezioni distinte, delle quali una



comprende i comandi e gli apparecchi di misura, l'altra contiene gli organi di potenza. Le due sezioni possono assumere qualsiasi posizione relativa, in modo da ricavare le modalità di prova richieste da parti di macchine come giunti cardanici, manovelle, trasmissioni flessibili disassate; la macchina comprende un dinamometro pendolare con tre campi di misura, calettato sullo stesso asse del mandrino autocentrante, ed un dispositivo per rilevare l'angolo di torsione.

La sollecitazione di torsione si può anche ottenere con macchine di trazione, adoperando particolari sistemi di ammassaggio: è il caso della macchina universale *Amsler* per prova di fatica (*vibroforo*) che adotta il dispositivo indicato in fig. 11-62. La provetta *A* è del tipo con anelli in acciaio dolce calettati alle estremità (v. § 11-4), e viene fissata con viti di frizione nelle piastre *B, B'* collegate, dai giunti a nastro *C*, alle traverse *D, D'*; queste si fissano, con le prolunghe *E, E'* alla macchina per prove assiali che, esercitando lo sforzo *F*, sollecita la provetta con un momento torcente  $F d/2$ .

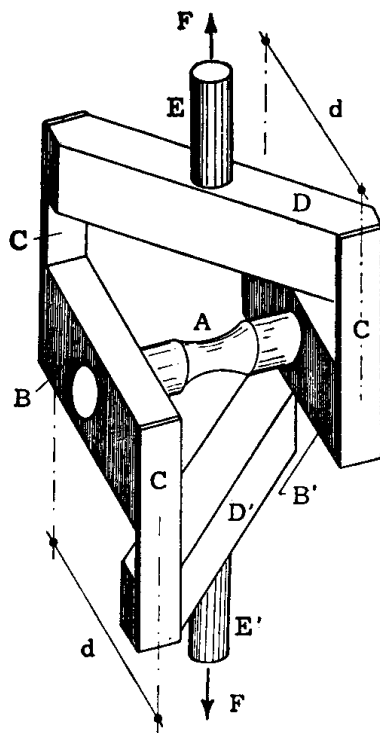


FIG. 11-62

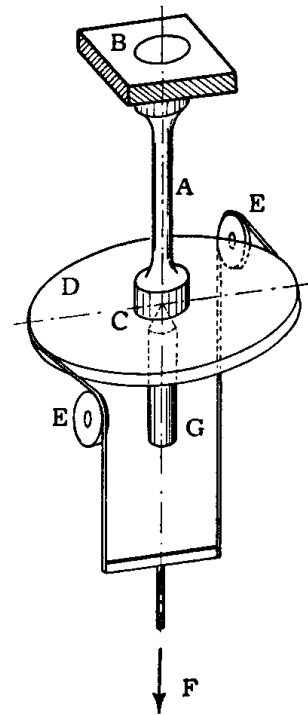


FIG. 11-63

Sforzi combinati di torsione e di trazione, o compressione, si possono realizzare con il dispositivo di fig. 11-63. Il provino *A*, disposto verticalmente, è fissato al vincolo *B*, capace di reagire con un momento torcente ed uno sforzo normale, ed in *C* è incastrato in una puleggia *D*, ad asse verticale, che trasmette al provino il momento torcente; questo è determinato

dalla forza di trazione  $F$ , a mezzo di una sospensione bifilare rinviata con le piccole pulegge  $E$  ad asse orizzontale. L'appoggio  $G$  è fisso se si esegue la prova di torsione semplice, oppure è costituito dall'estremità del braccio di una leva, caricata sull'altro con dei pesi in modo da esercitare in  $G$  un forza  $R$  diretta verso l'alto; facendo variare, in intensità e segno, la risultante  $F - R$ , si ottengono i regimi combinati di trazione, o compressione, e di torsione (*L'Hermite*).

La sollecitazione composta di torsione e flessione ricorre di frequente nelle prove di fatica. Lo schema di fig. 11-64 è relativo ad un sistema nel quale il momento flettente  $\mathcal{M}_x$ , applicato all'insieme, dà una componente flettente ed una torcente nella provetta  $A$ ; il rapporto tra le due componenti può essere variato con la posizione di  $A$  sui sostegni arcuati  $B$ , e quindi con la sua inclinazione sull'asse  $z$  dei bracci  $C$ . Lo stato di solle-

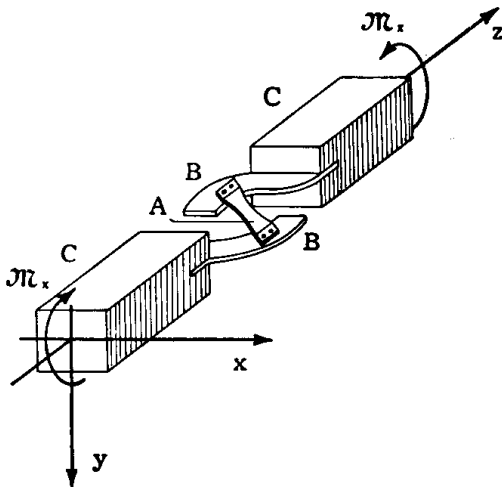


FIG. 11-64

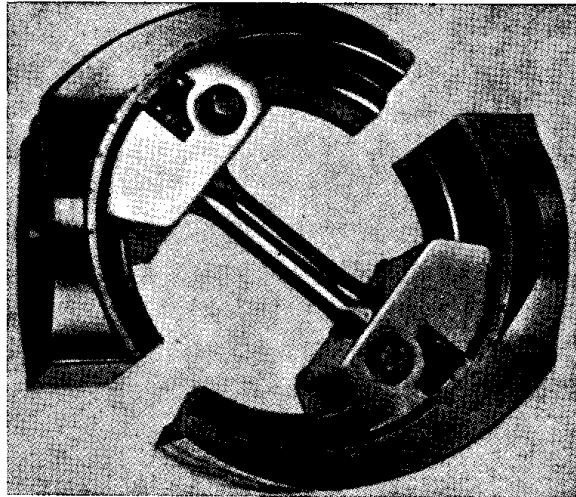


FIG. 11-65

citazione può passare da quello di pura flessione che si ottiene orientando la provetta parallelamente a  $z$ , a quello di sollecitazione composta, fino al regime di torsione semplice che si ha disponendo la barretta ortogonalmente all'asse  $z$  (*Puchner*).

Il dispositivo di *E. Bruder* di fig. 11-65 utilizza lo stesso principio, ma la combinazione delle due sollecitazioni si ottiene applicando al sistema un momento torcente; l'apparecchio fa parte dell'attrezzatura dei *vibrotorsori Amsler*.

## 10. Macchine per prove di durezza.

Non è possibile dare una rigorosa definizione della *durezza* di un corpo come proprietà misurabile direttamente con prove di labora-

torio; questa proprietà del materiale viene perciò usualmente riferita ad altre caratteristiche meccaniche, come la resistenza alla scalfittura, all'abrasione, all'usura per attrito, o la resistenza ad elevate pressioni esercitate nell'intorno di un punto della superficie di un corpo. Tra i numerosi metodi di misura della durezza, ciascuno dei quali basato sull'esame di una delle suddette proprietà, il più ricorrente nella pratica di laboratorio è, ormai da tempo, quello che rapporta la proprietà di durezza all'altra di deformabilità in presenza di pressioni localizzate: la corrispondente misura costituisce la *prova di durezza per penetrazione*.

Due corpi, limitati da due superfici a curvatura diversa e premuti l'uno contro l'altro, si deformano localmente e la deformazione stessa cresce con la pressione di contatto; superato il limite di elasticità, la deformazione può acquistare il carattere della penetrazione di un corpo nell'altro, se il primo possiede, rispetto al secondo, caratteristiche meccaniche — come il modulo di elasticità, il limite elastico, la resistenza a rottura — più elevati, e presenta, in corrispondenza dell'area di contatto, un raggio di curvatura molto più piccolo: il primo corpo viene appunto definito *penetratore*. Il fenomeno meccanico ora descritto è utilizzato nelle prove di durezza per penetrazione: all'inizio vengono schiacciate tutte le irregolarità superficiali e successivamente subentra la deformazione elastica dei due corpi a contatto; aumentando ulteriormente il carico, intervengono nel corpo meno duro le deformazioni plastiche che determinano la penetrazione. Allontanando il penetratore, resta la traccia della deformazione permanente; le dimensioni dell'*impronta* sono poste a base della misura della durezza.

In ordine di tempo, il primo metodo di valutazione della durezza, basato sulla misura della deformazione locale, è legato al nome di *H. Hertz* e si collega alla sua teoria dell'equilibrio elastico dei corpi a contatto: come parametro caratteristico della durezza veniva scelta la pressione  $\sigma_0$  che provoca il superamento del limite elastico nella zona di contatto, determinando la comparsa della prima impronta permanente; ad esempio, nel caso del contatto tra corpi sferici

$$\sigma_0 = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi r^2},$$

dove  $F$  è il valore della forza alla quale corrisponde la prima impronta ed  $r$  il raggio di quest'ultima (*durezza alla Hertz*). Le difficoltà connesse con le relative misure geometriche hanno orientato i successivi studi verso i metodi che deducono la durezza dalla misura di un'impronta permanente molto più marcata, quale si può avere in presenza di carichi prefissati in base alla natura del materiale da provare (*Auerbach, Haig, Mallock*); su questo criterio è basato il metodo introdotto da *J. A. Brinell* (1900), ra-

pidamente affermatosi nella pratica sperimentale ed ancora oggi tra i più usati nelle ricerche sulla durezza per penetrazione.

La prova consiste nel far penetrare nel pezzo da provare una sfera di acciaio duro di diametro  $D$  sotto un carico  $F$ , e nel misurare il diametro dell'impronta lasciata sulla superficie del provino, dopo aver tolto il carico; la *durezza Brinell* (simbolo HB secondo UNI 560) è data dal rapporto tra il carico applicato  $F$  e l'area della superficie dell'impronta, assimilata ad una calotta sferica,

$$HB = \frac{2 F}{\pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$

dove  $d$  è il diametro dell'impronta, ottenuto con misura al microscopio, o calcolato a partire dalla profondità  $h$  rilevata sperimentalmente

$$d = \sqrt{2 h (D - 2 h)} .$$

Dei due tipi di misura il primo presenta il vantaggio di operare su lunghezze maggiori, il secondo consente di utilizzare apparecchi che misurano la profondità  $h$  come spostamento permanente (*minimetri*), col vantaggio di operare la misura senza dover rimuovere il provino dalla macchina. Nelle condizioni normali di esecuzione, la prova *Brinell* richiede l'applicazione di un carico di 3000 kg e l'uso di un penetratore costituito da una sfera di 10 mm di diametro (UNI 560).

Accanto a quello di *Brinell*, i metodi di *Rockwell* e di *Vickers* sono tra i più usati nelle misure di durezza per penetrazione.

La prova di durezza *Rockwell* (UNI 562) consiste nel far penetrare, in due tempi, sullo strato superficiale del pezzo da provare, un penetratore di tipo unificato e nel misurare, nelle condizioni convenzionali di prova, l'incremento residuo  $e$  della profondità di penetrazione di detto penetratore; l'unità di misura di  $e$  è uguale a 0.002 mm. Da questo incremento si deduce un numero denominato *durezza Rockwell*, il penetratore è costituito da un cono di diamante con apertura di 120° o da una sfera di acciaio con diametro di 1.59 mm; le durezze che si ottengono con i due tipi di penetratore vengono indicate rispettivamente con HRC ed HRB. Le modalità di prova sono le seguenti: si applica al penetratore un carico iniziale  $F_0 = 10$  kg, sotto il quale si ottiene una profondità iniziale di penetrazione; si aggiunge quindi l'ulteriore carico  $F$ , sotto il quale si ottiene un aumento della iniziale profondità dell'impronta. Rimosso infine il carico  $F$ , si rileva, in presenza del solo carico  $F_0$ , l'incremento residuo  $e$  della profondità di penetrazione. La durezza *Rockwell* HRC è fornita dalla differenza  $100 - e$  e quella HRB dalla differenza  $130 - e$ .

La prova di durezza *Vickers* (UNI 1955) consiste nel far penetrare nel pezzo da provare un penetratore avente forma di piramide retta a base quadrata con un angolo al vertice di 136°, sotto un carico  $F$ , e nel misurare la diagonale  $d$  dell'impronta lasciata sulla superficie del pezzo dopo aver eliminato il carico. La *durezza Vickers* (simbolo HV) si ottiene come rapporto tra il carico di prova  $F$  in kg e l'area in

mm<sup>2</sup> dell'impronta assimilata ad una piramide retta a base quadrata, con diagonale  $d$ , ed avente al vertice lo stesso angolo del penetratore:

$$HV = \frac{2 F \operatorname{sen} \frac{136^\circ}{2}}{d^2} = 1,856 \frac{F}{d^2} .$$

I tre tipi di prova si differenziano sostanzialmente in quanto al criterio informatore ed alle modalità di esecuzione, e forniscono valori di durezza non confrontabili: basti pensare che, adottando penetratori conici o piramidali, le impronte restano simili all'aumentare della profondità, mentre quelli sferici non danno più valori corretti se essa è maggiore di  $D/3$ ; inoltre la prova *Vickers* fornisce risultati che possono considerarsi indipendenti dal carico, al contrario della *Brinell*, e la *Rockwell* si differenzia dalle due precedenti sia per l'applicazione del precarico, che elimina dalla misura le deformazioni di primo contatto, sia per l'espressione stessa della durezza che è funzione soltanto della profondità di impronta. Tenuto conto del fatto che, per ciascun tipo di prova, possono adottarsi carichi e tempi di applicazione diversi e che anche i diametri dei penetratori possono variare in funzione del pezzo da provare, si deduce che una misura di durezza ha significato soltanto se, insieme ai risultati della prova, ne vengono indicate le modalità, e cioè la scala di durezza adottata; il confronto tra vari risultati può farsi solo a parità di scala. Entro questi limiti, una misura di durezza si presenta come un mezzo di grande utilità, rapido e preciso, per eseguire prove di classificazione, vantaggioso inoltre poichè consente di operare su pezzi finiti senza deteriorarli; entro gli stessi limiti è valida la notevole proprietà di poter determinare, nel caso degli acciai, la resistenza alla rottura per trazione, in base a prove comparative di penetrazione.

Si è già visto (v. § 11-5) che per eseguire una prova di durezza *Brinell* è sufficiente impiegare una macchina universale, sostituendo il penetratore ad una delle piastre di compressione (fig. 11-39 f); le prove di durezza però si eseguono generalmente con apposite presse di piccole dimensioni, idrauliche od a molla, oppure con apparecchi a gravità che esercitano lo sforzo di prova a mezzo di un pendolo o con l'applicazione diretta di pesi.

Di quest'ultimo tipo è il *misuratore di durezza Galileo* (fig. 11-66) che consente l'esecuzione della prova secondo i tre metodi prima descritti, e presenta, in particolare, caratteristiche adatte alla esecuzione rapida e precisa della misura secondo *Rockwell*. Il pezzo viene poggato sull'incudine A che è possibile spostare verticalmente, con sistema a vite, sia per regolare lo spazio di prova, che per ottenere il contrasto tra il provino ed il penetratore B. Il peso fisso 0 e quelli mobili, numerati da 1 a 4, possono combinarsi in modo da ottenere i carichi corrispondenti alle diverse scale

di durezza in uso. I pesi possono essere agganciati ai bracci del sistema di commutazione, azionato dalla manopola C, e venire così esclusi; facendo abbassare il braccio corrispondente, ciascuno dei pesi, indipendentemente dagli altri, può agire sulla leva D che lo trasferisce, notevolmente amplificato, al penetratore messo in contrasto col provino: nella situazione di fig. 11-66, agiscono i pesi 2, 3, oltre quello fisso 0, mentre gli altri due

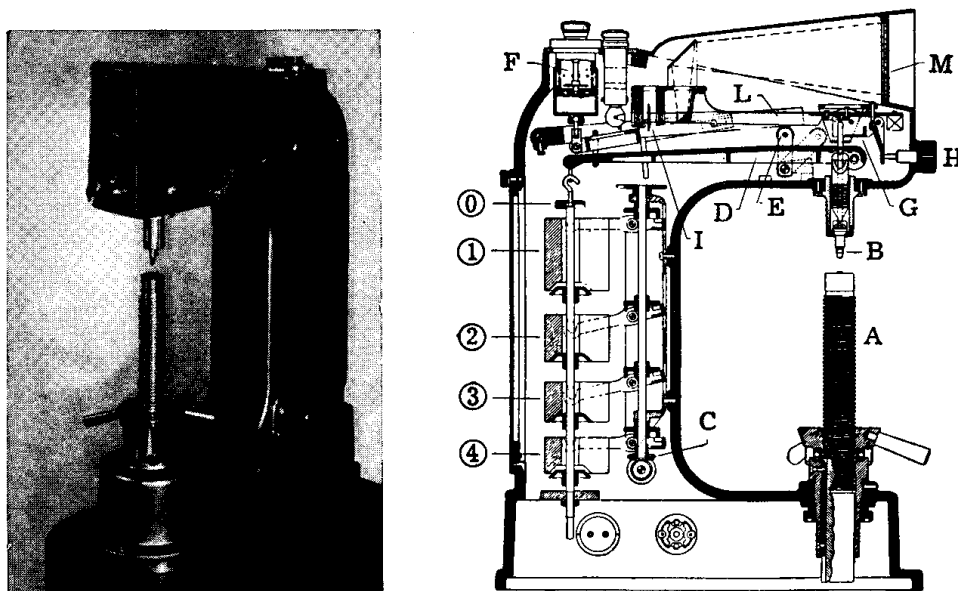


FIG. 11-66

sono sollevati dallo stelo porta-pesi e quindi restano esclusi. La manopola E consente di applicare o di eliminare il carico prescelto; la velocità di messa in carico viene fissata agendo sul freno idraulico F che ne consente una regolazione fine. Un minimetro millesimale, a sistema ottico-meccanico, misura la profondità dell'impronta nella prova *Rockwell* e può essere azzerato con il bottone H. Le scale di lettura sono incise su di una piastrina I solidale con il braccio L della leva che amplifica gli spostamenti del penetratore; esse vengono proiettate notevolmente ingrandite sullo schermo M situato di fronte all'operatore.

Le modalità di una prova *Rockwell*, con penetratore sferico, si rilevano dalla fig. 11-67:

a) Il provino è disposto sull'incudine A; sul penetratore B agisce il carico iniziale  $P_0$  di 10 kg, il minimetro è in posizione di riposo.

b) Il provino viene spinto contro il penetratore fino a portare il riferimento, impresso sullo schermo luminoso M, a coincidere con l'estremo della scala proiettata su di esso. Si ottiene la deformazione  $w_0$  sotto il carico iniziale, e si determina la coincidenza del fondo scala con  $w_0$ .

c) Agisce il carico di prova  $P$ , in presenza del quale la deformazione totale,  $w_t = w_e + w_p$ , è costituita da una frazione elastica e da una permanente.

d) Eliminato il carico di prova, resta solo quello iniziale; scomparsa la deformazione elastica  $w_e$ , permane quella plastica  $w_p$ ; la lettura alla

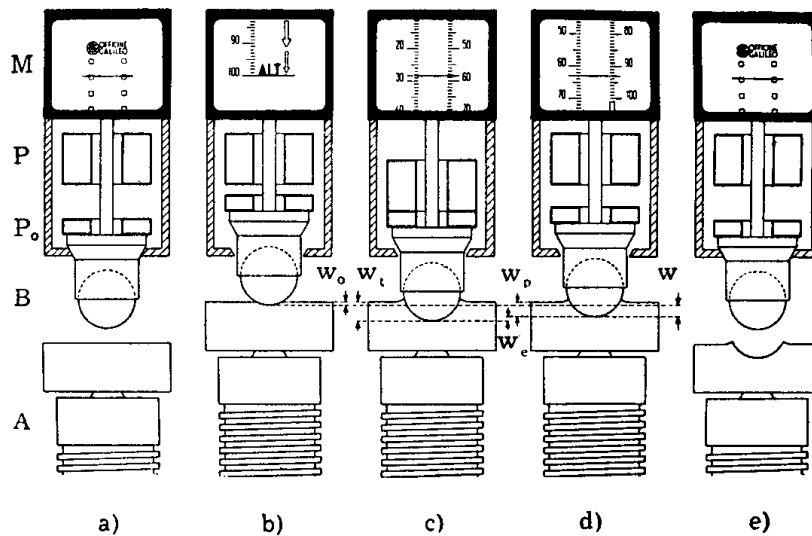


FIG. 11-67

scala fornisce la grandezza  $w = w_p - w_0 = e$  di cui alla UNI 562, e cioè l'incremento della profondità di impronta rispetto a quella di primo contatto.

e) Agendo sulla vite di elevazione, si disimpegna il provino dal penetratore; il minimetro ritorna in posizione di riposo.

## 11. Macchine per prove d'urto.

Le prove d'urto che correntemente si eseguono in laboratorio hanno per scopo la determinazione del lavoro di rottura assorbito da un provino del materiale in esame, quando esso venga sollecitato da una forza d'urto che ne provochi la rottura istantanea; il regime di prova è generalmente quello di flessione o di trazione per urto, più raramente torsionale (*Carpenter, Luerssen e Greene*) o da sollecitazione composta. Il presupposto di queste prove è che la resistenza di un materiale all'urto dipenda dalla sua capacità di ridistribuire e livellare rapidamente gli sforzi concentrati; usualmente, questa proprietà viene misurata soltanto in termini di energia necessaria a procurare la rottura, essendo di notevole complessità l'analisi della intensità e della distribuzione delle tensioni durante la prova. Su

questa base, un materiale assorbirà di regola un lavoro di rottura tanto minore, quanto più esso è fragile.

Alcuni dispositivi di prova utilizzano l'energia di urto di un maglio in *caduta verticale*, libera, come accade ad esempio nei piccoli apparecchi per prove su materiali da pavimentazione, o guidata da colonne laterali o da un asse centrale; alcune macchine di questo tipo, costruite per le prove d'urto su segmenti di rotaie e su grosse molle, costituiscono talvolta impianti di eccezionali dimensioni. Gli apparecchi a *caduta pendolare* sono largamente usati per prove d'urto, in regime di flessione o di trazione, su materiali come i metalli ed il legno. La potenza dell'apparecchio varia dalle unità alle centinaia di kgm; per i materiali metallici si adotta gene-

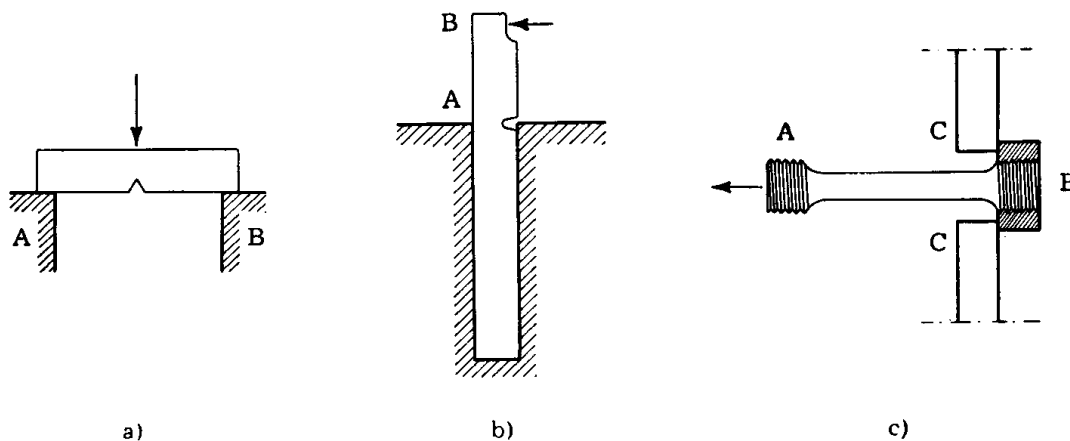


FIG. 11-68

ralmente il martello pendolare da 30 kgm in prove d'urto a flessione su provette con intaglio, vincolate a due appoggi (*Charpy, Mesnager*), o incastrate ad un estremo e libere all'altro (*Izod*), oppure in prove d'urto per trazione (fig. 11-68 a, b, c).

Nelle *macchine a pendolo*, l'urto è prodotto da un martello, sospeso ad un asse ubicato sulla verticale della provetta, che viene lasciato cadere da un'altezza  $h$  corrispondente ad una deviazione angolare  $\alpha_0$ ; urtando la provetta, nel corso della traiettoria, il martello la rompe e risale dalla parte opposta ad una altezza  $h < h_0$  contrassegnata dalla deviazione  $\alpha$ : la differenza  $h_0 - h$ , o quella angolare  $\alpha_0 - \alpha$ , diminuita dell'analogo grandezza misurata nel corso di una traiettoria senza impatto, è proporzionale all'energia di rottura della provetta. E' da rilevare che l'esattezza della misura così eseguita è legata alla condizione che la traiettoria del baricentro del pendolo passi per quello della provetta, affinché sia esclusa qualsiasi reazione sull'asse di sospensione; inoltre la macchina deve essere sufficientemente rigida perchè sia trascurabile l'energia in essa accumulata durante l'urto.



La resistenza alla rottura per urto flessionale si definisce *resilienza* del materiale; secondo le norme UNI, la prova di resilienza per i materiali metallici si esegue rompendo con un solo colpo, con un martello a caduta pendolare, una provetta recante un intaglio in mezzzeria e poggiata su due sostegni. La resilienza è data dal rapporto tra il lavoro di rottura, misurato in kgm, e l'area della sezione della provetta, nel piano di simmetria dell'intaglio, misurata in cm<sup>2</sup>.

La parte battente del martello deve essere sagomata a coltello con facce inclinate tra loro di 30° e raccordate sullo spigolo con raggio di  $2 \pm 0,5$  mm; la velocità del pendolo, al momento dell'urto, deve essere compresa tra 4,5 e 7 m/sec, a seconda delle modalità di prova e del tipo di materiale, l'energia d'urto è, di regola, pari a 30 kgm tranne che per i materiali metallici non ferrosi a bassa resilienza, per i quali essa è di 7 kgm.

La prova si esegue su barretta a sezione quadrata di 10 mm di lato, poggiante su sostegni piani a spigoli arrotondati; la faccia della provetta, opposta a quella contro la quale avviene l'urto, deve essere intagliata perpendicolarmente agli spigoli, in corrispondenza della mezzzeria. L'intaglio è a fondo semicilindrico con raggio di 1 mm; la profondità è di 2 mm nella prova di resilienza secondo *Mesnager* (UNI 3212, simbolo K) e di 5 mm nella determinazione della resilienza KCU secondo *Charpy* (UNI 4431). Si adottano pure barrette con intaglio a V a 45° con spigolo arrotondato secondo un raggio di 0,25 mm (UNI 4713, simbolo KV).

Il funzionamento di una macchina per prove di resilienza si rileva dalla fig. 11-69 a (*martello pendolare Amsler*); il sistema pendolare è costituito dal martello M e dalle aste A che lo collegano ad un asse O, sostenuto dai montanti B solidali con il basamento della macchina; il pendolo può così oscillare in un piano verticale. La posizione iniziale del martello può essere fissata a varie quote, agganciandolo al telaio C; anche questo è girevole intorno ad O e può essere mantenuto nella posizione prescelta facendo ingranare il fermo D nel settore dentato E solidale con le colonne della macchina: due generiche posizioni iniziali sono indicate con 1,2 in fig. 11-69 a. Un sistema di sgancio I, azionato a mano, provoca la caduta del martello che va ad urtare contro la provetta appoggiata in F su apposite sedi ricavate nel basamento della macchina; l'urto avviene in corrispondenza del coltello G e determina la rottura della barretta: una parte dell'energia cinetica posseduta dal pendolo si trasforma in lavoro di rottura, la rimanente parte lo fa proseguire nella sua corsa. Il pendolo passa attraverso la gola H del basamento e risale dall'altra parte della verticale passante per il punto di sospensione O, fino all'esaurimento della forza viva residua; (posizione 3 di fig. 11-69 a); durante la corsa in salita, un cursore viene trascinato davanti ad una scala verticale e resta immobile in corrispondenza della massima altezza raggiunta. La scala è graduata in modo da fornire direttamente l'energia di rottura della barretta, invece di quella residua; anche la scala è mobile verticalmente ed il punto zero viene fissato per caduta libera del pendolo, in modo da eliminare dalla misura il lavoro dissipato per attrito. Un freno automatico impedisce la ricaduta del martello a fine

corsa: esso è costituito da una corda L collegata alla massa M ed avvolta sulla puleggia N, sulla quale può scorrere con attrito sotto l'azione del peso P, senza peraltro influenzare la corsa attiva del pendolo.

Le figg. 11-69 b, c sono relative alla posizione del pendolo immediata-

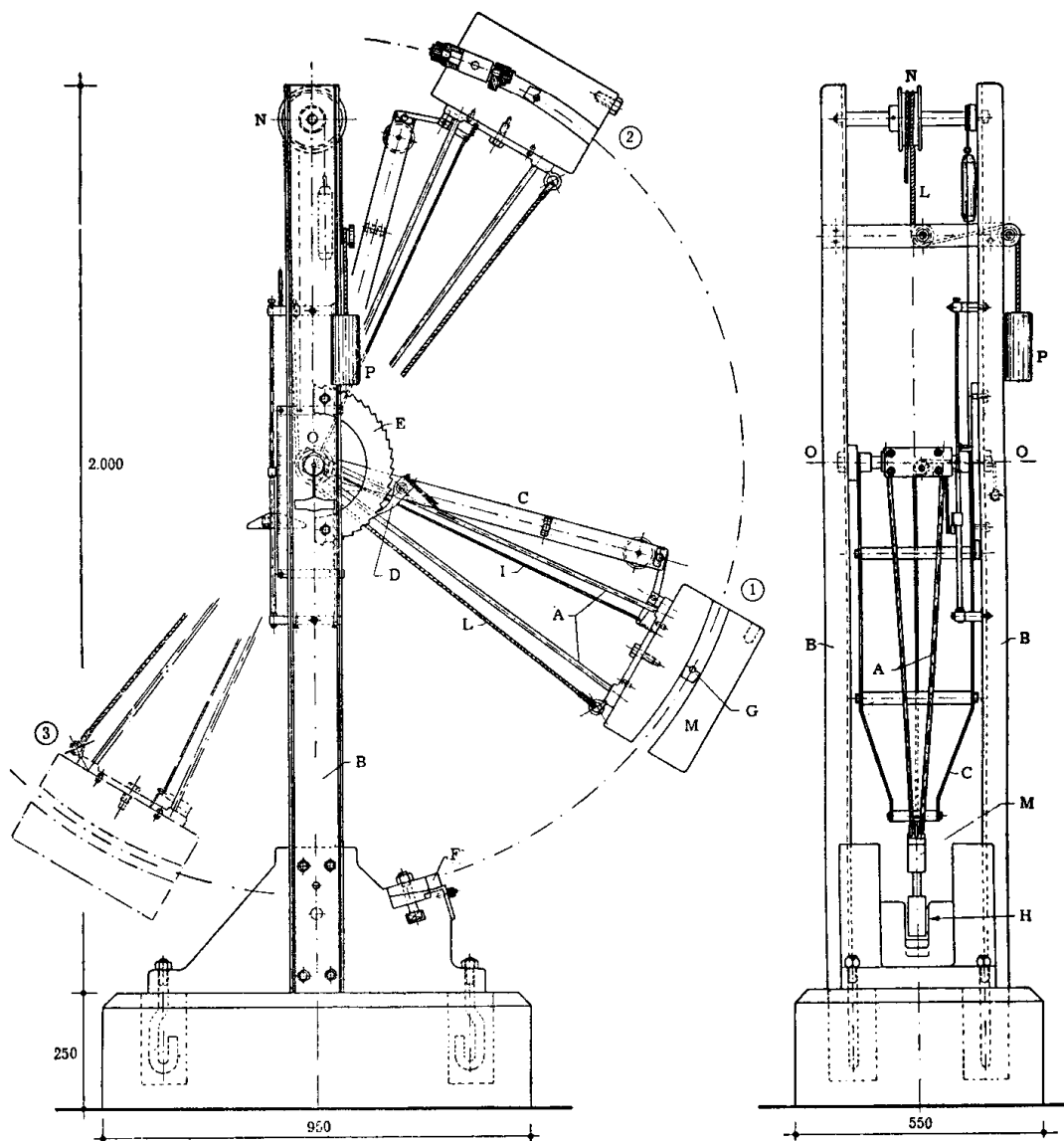


FIG. 11-69 a

mente prima della prova e, rispettivamente, a quella di fine corsa, con il martello frenato dal dispositivo a corda ora descritto.

Per eseguire prove d'urto a trazione, il provino viene collocato nell'incavo del martello, dopo aver ruotato quest'ultimo di  $180^\circ$  intorno al suo asse di sospensione (fig. 11-69 a, posizione 2); un estremo del provino è fissato al martello e l'altro ad un mandrino libero, situato nella parte po-

steriore rispetto alla direzione del moto, e fornito di spalle sporgenti lateralmente rispetto alla sagoma trasversale del pendolo. Durante la caduta di quest'ultimo, le sporgenze del mandrino vanno a battere contro le superfici di arresto predisposte nel basamento e provocano la rottura per trazione del provino, mentre il pendolo continua nella sua corsa.

Nelle macchine d'urto di piccola potenza, gli apparecchi di misura dell'altezza di salita del pendolo, che generalmente sono del tipo ad attrito, possono falsare i risultati della prova, dissipando una quantità di energia

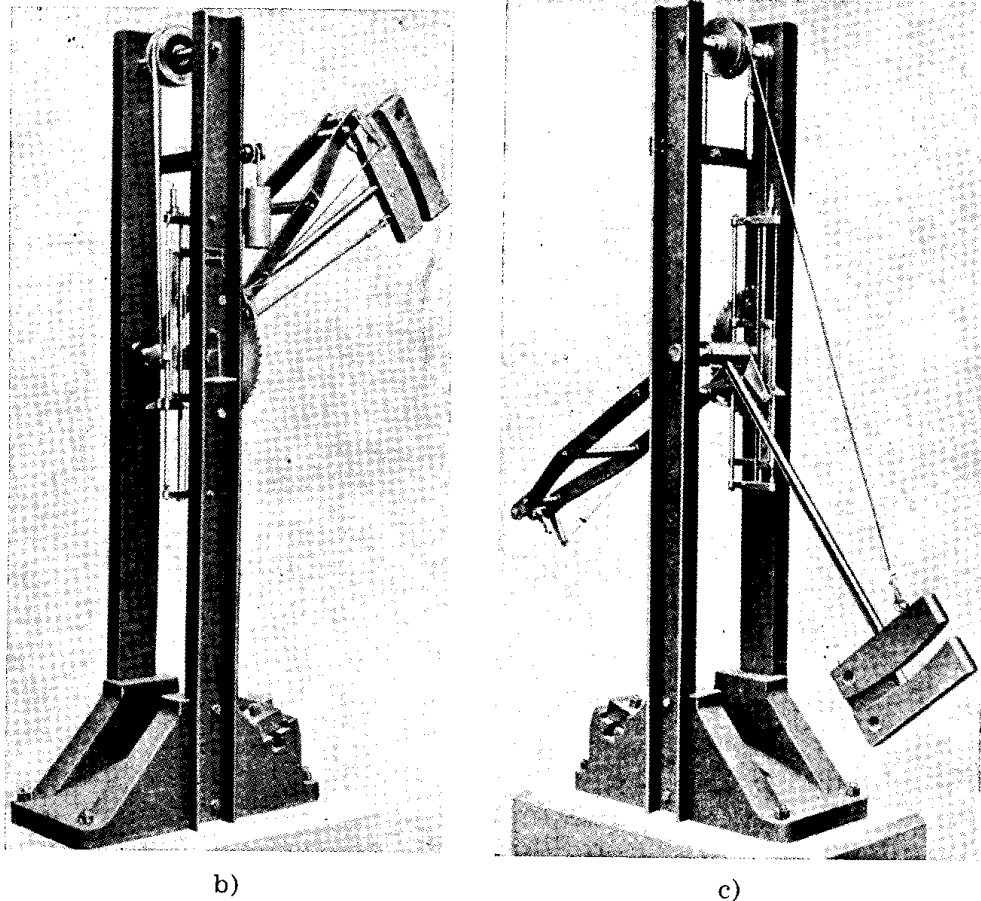


FIG. 11-69 b, c

non trascurabile; è necessario in questi casi ricorrere a meccanismi appositamente studiati per ridurre al minimo gli attriti, o adoperare sistemi ottici di lettura. Nelle misure di grande precisione, anche l'energia dissipata per la proiezione dei frammenti del provino può rappresentare una percentuale notevole di quella di rottura e deve essere perciò valutata.

Le ricerche sulla fragilità strutturale dei materiali hanno orientato da tempo molti autori verso l'impiego di apparecchi nei quali la potenza necessaria è ottenuta con martelli di piccola massa, animati da elevate velocità d'urto; il lavoro di rottura si ricava in questo caso dall'energia

elastica accumulata in barre di torsione, in molle, od anche in sistemi ad aria compressa. Lo stesso scopo può essere raggiunto con apparecchi a volano, nei quali un disco di massa nota ruota a notevole velocità e, a un determinato momento, impegna la provetta mediante appropriato meccanismo. Da segnalare tra questi ultimi un apparecchio (*Rosenplenter*, *Davidenkof* e *Noskin*) che impiega, al posto del volano, due martelli equilibrati da contrappesi e ruotanti, ad uguale velocità, intorno allo stesso asse; di essi uno è libero e l'altro è destinato all'impatto contro il provino. Al momento dell'urto il martello attivo perde velocità, in misura rilevabile per confronto con quella invariata del martello libero; un dispositivo mobile consente di far avanzare il provino sotto il volano, quando la prefissata velocità è stata raggiunta. E' questo un caso che rende necessaria la misura del lavoro di proiezione dei frammenti del campione, poichè esso può risultare dello stesso ordine di grandezza di quello di rottura; ciò si ottiene ripetendo la prova sulla barretta tagliata nella sezione di rottura e ricostituita accostando i pezzi che vengono fissati per attrito o a mezzo di collanti, comunque in modo da assorbire un trascurabile lavoro di separazione.

Spesso si eseguono prove sotto urti ripetuti, impiegando apparecchi a camma od a manovella che determinano la libera caduta verticale di una massa sul provino, procurandone la rottura per flessione o per trazione; questo tipo di prova può essere considerato come un aspetto particolare delle prove a fatica.

## 12. Macchine per prove di fatica.

Un carico, applicato ad un corpo un gran numero di volte, può determinarne la rottura, anche se il relativo stato tensionale è contenuto nell'ambito elastico. Perchè ciò accada, è necessario che l'intensità del carico sia superiore ad un particolare valore che prende il nome di *limite di fatica*; il corrispondente fenomeno viene definito *rottura per fatica* e, per quanto si è detto, avviene senza deformazioni plastiche apprezzabili.

La rottura per fatica dei metalli ha sempre inizio in un punto del corpo nel quale si creano elevate tensioni normali per cause accidentali, come difetti superficiali, piccole lesioni, soffiature, corrosioni, o per particolare conformazione del corpo che può presentare fori, intagli, brusche variazioni di sezione. In effetti l'esame morfologico di una superficie di frattura per fatica rivela sempre la presenza di un *punto di innesco*, circondato da una zona, a superficie relativamente liscia, dove la rottura è avvenuta secondo i piani di massima tensione normale; è questa la zona di rottura per fatica propriamente detta, caratterizzata da un progressivo estendersi delle lesioni in funzione del ripetersi dello sforzo. Ad essa ne

succede una seconda, a superficie di frattura granulare, propria della rottura per strappo; questa parte rappresenta quanto rimane della originaria sezione resistente, gradualmente ridotta dal fenomeno di fatica; lungo di essa la resistenza è infine superata per raggiungimento della tensione tangenziale di crisi.

Il tipo di rottura ora descritto può avere luogo, in particolare, in organi di macchine che, per essere animati da moto rotatorio od alternativo, sopportano sforzi variabili e ripetuti per un numero elevatissimo di cicli; le notevoli velocità di esercizio, e la tendenza ad adottare, nel progetto delle macchine, bassi rapporti tra peso e tensione ammissibile, rendono necessaria una esatta conoscenza della resistenza a fatica dei materiali e pongono in primo piano le relative prove.

Una prova di fatica consiste nel ripetere un gran numero di volte, su di una stessa provetta del materiale in esame, un ciclo di carico, o di deformazione, definito dalla curva tensione-tempo (fig. 11-70 a), o deformazione-tempo, nell'intervallo  $\Delta t$  (periodo). Il ciclo di carico generalmente

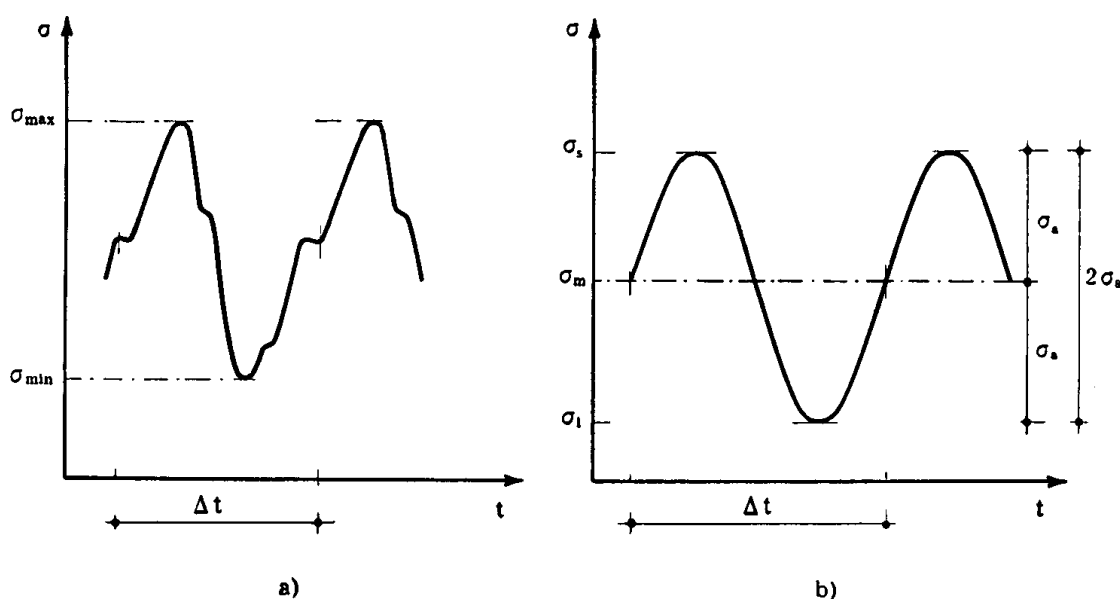


FIG. 11-70

adottato è quello semplice di tipo sinusoidale (fig. 11-70 b); la tensione oscilla intorno ad un valore medio  $\sigma_m$  (o  $\tau_m$ ) assumendo, durante ciascun ciclo, il valore massimo  $\sigma_s$  e minimo  $\sigma_i$  (o  $\tau_s$ ,  $\tau_i$ ). La semidifferenza algebrica  $\sigma_a$  tra queste tensioni, positive se di trazione, si definisce *ampiezza di sollecitazione* e viene indicata con il simbolo  $A$  (UNI 3964).

Le prove si eseguono, di solito, in regime di carico assiale, di flessione (piana o rotante), di torsione. I vari campi di sollecitazione variabile sono

definiti dai valori di  $\sigma_m$  e  $\sigma_a$ ; con riferimento ad una prova a sforzo normale, si distinguono i seguenti tipi di ciclo (fig. 11-71):

compressione, o trazione, ondulata (*ciclo pulsante* secondo UNI 3964) per  $|\sigma_m| \geq \sigma_a$ ; un caso particolare è quello dei carichi ripetuti ( $|\sigma_m| =$

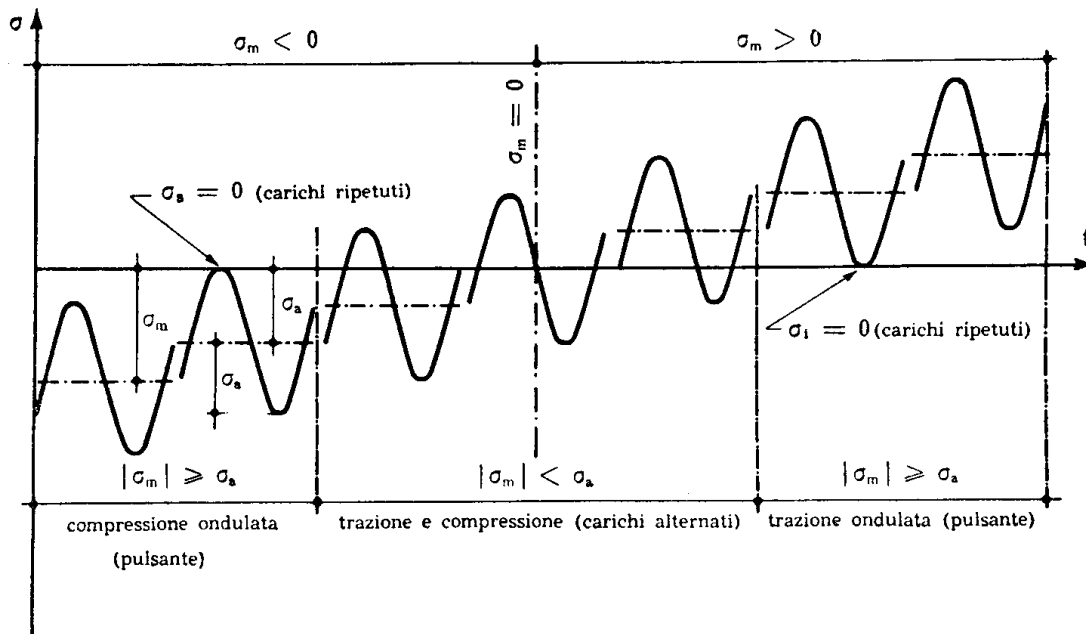


FIG. 11-71

$=\sigma_a$ ) che si ha quando una delle tensioni estreme è nulla (*ciclo dallo zero*);

compressione e trazione alternate (*ciclo alterno asimmetrico*) per  $|\sigma_m| < \sigma_a$ ; se le tensioni estreme sono uguali e di segno opposto ( $\sigma_m = 0$ ), si ha il caso del *ciclo alterno simmetrico*.

In generale la prova costituisce un fenomeno periodico uniforme, nel quale il ciclo elementare viene invariabilmente ripetuto (*prove a ciclo costante*); si eseguono tuttavia prove nelle quali il periodo e l'ampiezza del ciclo variano nel tempo secondo leggi particolari, ad esempio tali da simulare le condizioni di esercizio alle quali il materiale verrà sottoposto (*prove con programma di sollecitazione o progressive*). In fig. 11-72 è riportato il tipo di diagramma a gradino che una macchina sostituisce a quello effettivo di esercizio, nel corso di una prova di fatica (macchina per prove dinamiche *Schenk*).

Il numero di cicli che causa la rottura di un provino varia con l'ampiezza della sollecitazione esercitata; si definisce *resistenza alla fatica F*, l'ampiezza *A* che, in determinate condizioni di prova, provoca la rottura del provino dopo un numero finito di cicli. Per ciascun materiale, sottoposto a

sforzo variabile, esiste in genere un *limite di fatica*  $L$ , corrispondente alla massima ampiezza di sollecitazione che può essere applicata indefinita-

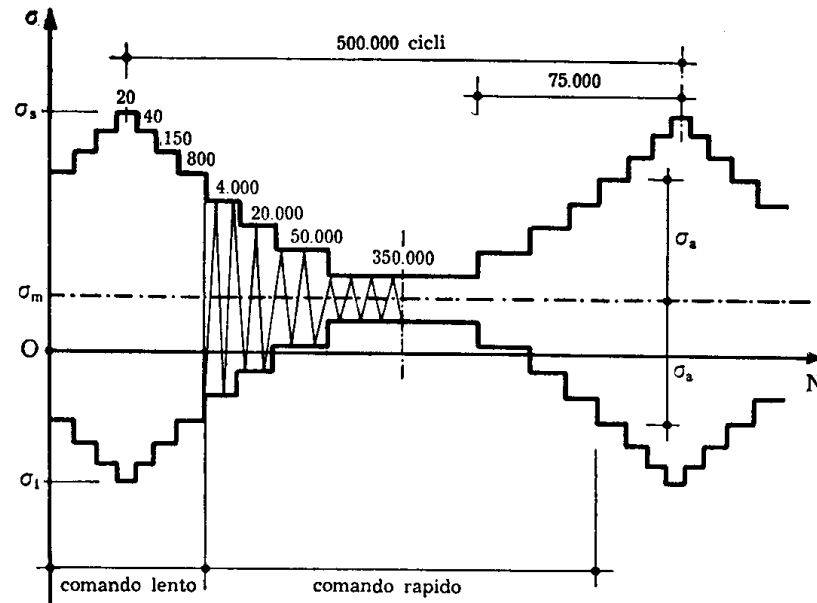


FIG. 11-72

mente, senza provocare la rottura. La determinazione del limite di fatica si esegue sottoponendo una serie omogenea di provette ad uno stesso tipo di prova, con ampiezza di sollecitazione via via decrescente; il diagramma che si ottiene riportando come ordinate le resistenze alla fatica  $F$ , ed in ascissa il corrispondente numero di cicli  $N$  che determina la rottura (*du-*

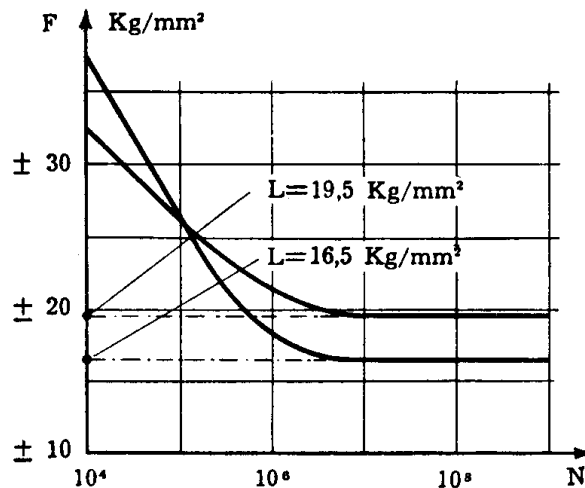


FIG. 11-73

*rata*), costituisce una *curva di fatica* o di *Wöhler* (fig. 11-73). Una curva di questo tipo delimita, nel piano  $F, N$ , la regione delle ampiezze che, a

parità di durata, non provocano la rottura per fatica, e presenta un asintoto che definisce il limite di fatica  $L$ .

Quando si siano tracciate le curve di *Wöhler* con diverse sollecitazioni medie  $\sigma_m$ , si può ricavare il dominio di rottura per fatica, corrispondente ad un prefissato numero di cicli, riportando come ordinate la tensione superiore  $\sigma_s$  e quella inferiore  $\sigma_i$  e, sulle ascisse, quella media  $\sigma_m$ . Si ottengono due curve  $ABC$  e  $ADC$  (fig. 11-74), luogo dei punti rappresentativi di stati tensionali di rottura, a parità di durata  $N$ . La differenza algebrica delle ordinate lette sulle due curve, alla stessa ascissa  $\sigma_m$ , fornisce il doppio dell'ampiezza che provoca la rottura dopo il prefissato numero di cicli e nel regime di prova caratterizzato da  $\sigma_m$ ; in particolare,

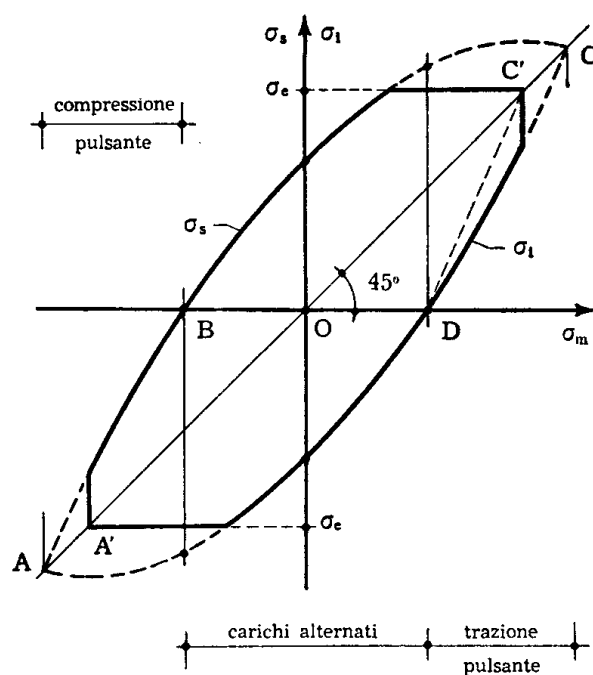


FIG. 11-74

l'ordinata in  $O$  fornisce la resistenza a fatica per ciclo alterno simmetrico, le ordinate in  $B, D$  quella per carichi ripetuti in compressione ed in trazione rispettivamente (ciclo dallo zero). Si rileva che, all'aumentare della tensione media, diminuisce l'ampiezza della sollecitazione che provoca la rottura, e cioè la resistenza alla fatica. Le parallele agli assi per i punti  $A', C'$ , scelti sulla retta a 45° per  $O$ , in corrispondenza della tensione  $\sigma_e$  al limite di elasticità, limitano la regione elastica del dominio; i punti del contorno situati al di là delle rette anzidette corrispondono ad ampiezze di sollecitazione ed a tensioni medie che procurano delle deformazioni plastiche prima della rottura. In pratica si utilizza la parte del dominio compresa nel contorno poligonale  $A'BC'DA'$ , che racchiude la cosiddetta *area di fatica*.



Anche le macchine per prove di fatica, come quelle per prove statiche, possono suddividersi in dispositivi a carico o a deformazione imposta, essendo questi ultimi di tipo meccanico con movimento imposto da un sistema cinematico, mentre i primi, che sono i più frequenti, creano il carico di prova utilizzando, secondo il tipo di macchina, la forza peso, la reazione di una molla, l'azione di fluidi in pressione in un martinetto, o forze elettro-magnetiche.

Nelle macchine a carico imposto, l'ampiezza di sollecitazione, a parità di ciclo, resta costante durante la prova; di conseguenza, all'apparire delle prime lesioni nel provino, la velocità di propagazione delle lesioni stesse tende a crescere. Nelle macchine a deformazione imposta è l'ampiezza di quest'ultima che caratterizza il ciclo, sicchè il formarsi delle lesioni determina una diminuzione della reazione offerta dal provino e, contemporaneamente, della velocità di propagazione. Ne consegue che le curve di *Wöhler* si presentano con aspetto diverso a seconda del tipo di macchina adoperata per la prova, pur restando invariato il limite di fatica; le curve ottenute nel corso di prove a deformazione imposta hanno, prima di raggiungere il comune asintoto, una pendenza maggiore, rispetto a quelle ottenute con macchine a carico imposto.

Le prove a fatica in regime pulsante di trazione o di compressione, o di flessione piana, si possono eseguire con normali macchine universali fornite di *pulsatore*; dalla fig. 11-75 si rileva lo schema di funzionamento di una

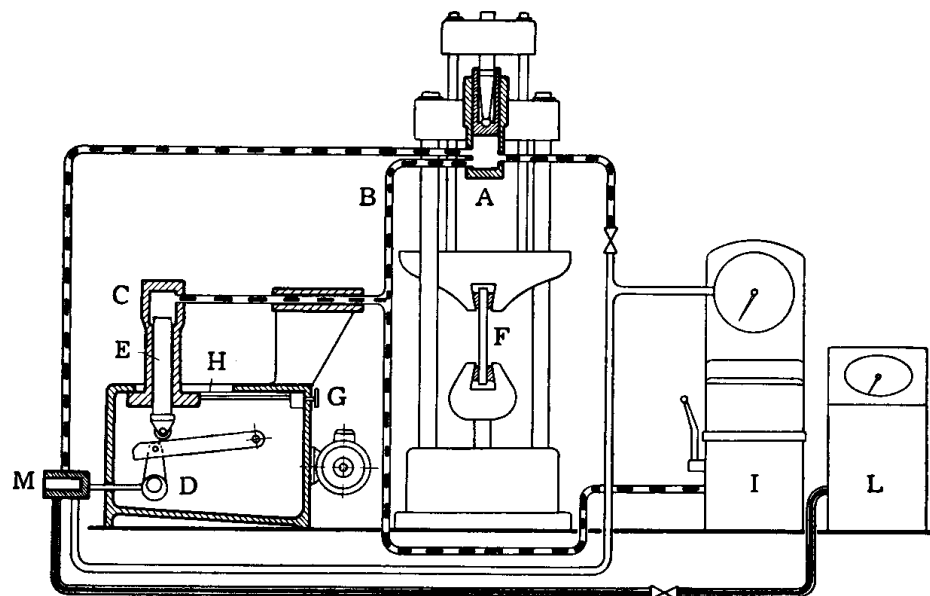


FIG. 11-75

macchina di questo tipo (macchina universale a pulsatore *Losenhausen*). Il martinetto A è messo in pressione, al valore cui corrisponde la tensione

superiore  $\sigma_s$  del ciclo, mediante il dispositivo per prove statiche, ed è collegato, dalla tubazione B al cilindro C del pulsatore; in quest'ultimo, il moto di rotazione dell'apparato motore viene trasformato, a mezzo del sistema di biella e manovella D, nel moto alternativo del pistone E; in tal modo il volume del cilindro A, occupato dall'olio in pressione, viene periodicamente aumentato, per ritornare poi al valore primitivo. La pressione dell'olio, e così pure lo sforzo esercitato sulla provetta F, subiscono di conseguenza delle pulsazioni, secondo un ciclo praticamente sinusoidale. E' possibile, durante il funzionamento, regolare i valori volumetrici di corsa, progressivamente da zero al massimo: ciò si ottiene spostando il cilindro del pulsatore, a mezzo del regolatore di corsa G, lungo la guida H, in modo che ne risulti variata la posizione rispetto all'eccentrico D, senza peraltro mutare la posizione del punto morto superiore; così facendo, il limite inferiore dello sforzo può essere spostato rispetto a quello superiore che rimane fisso.

Il limite superiore del carico viene misurato dal dinamometro a pendolo che fa parte dell'apparato di comando per prove statiche I, quello inferiore da un manometro a molla compreso nel banco di comando per prove dinamiche L; un distributore rotativo M, collegato al pulsatore, mette alternativamente in comunicazione i due apparecchi di misura con il martinetto, in corrispondenza del punto morto superiore del pulsatore e, rispettivamente, di quello inferiore.

Le prove a ciclo alterno si eseguono con macchine fornite di due martinetti sovrapposti che lavorano in opposizione: quello superiore, direttamente collegato al pulsatore, conferisce al provino gli sforzi di trazione, l'altro gli sforzi di compressione; poichè i due pistoni sono collegati, il provino è sollecitato dalla risultante dei due sforzi. L'aumento della pressione nell'uno o nell'altro dei due martinetti consente di spostare il valore medio del carico in modo da coprire tutto il campo dei cicli alterni; le prove a trazione ondulata si eseguono escludendo il martinetto inferiore, quello a ciclo pulsante in compressione, creando in esso una pressione maggiore di quella che regna nel martinetto superiore.

Le macchine idrauliche del tipo ora descritto funzionano generalmente per trasmissione di impulsi in regime di vibrazione forzata. Se ne costruiscono di notevoli dimensioni per eseguire prove su grandi provini o elementi strutturali; il carico massimo può raggiungere ed oltrepassare le 200 t, con frequenze di impulsi che vanno dalle centinaia alle migliaia di cicli al minuto, al decrescere della potenza della macchina. Entro questi limiti di frequenza, il campo di applicazione è reso più ampio per la possibilità di collegare al pulsatore dei martinetti indipendenti e mobili che possono essere montanti a contrasto su strutture o su modelli di grandi proporzioni.

Le macchine elettro-magnetiche per prove di fatica sono invece basate

sul principio di mettere in risonanza un sistema elastico che comprende il corpo da provare; utilizzando modeste potenze, queste macchine possono raggiungere notevoli frequenze di pulsazione che vengono mantenute in coincidenza con quella propria del sistema oscillante. Come esempio notevole si riporta il *vibroforo Amsler* che è un dispositivo a impulsi assiali per carichi fino a 10 t in regime ondulato, e fino a 5 t in regime alternato, con un campo di frequenza compreso tra 35 e 300 cicli al secondo; il principio di funzionamento consiste nel mettere in risonanza, mediante un elettromagnete, un sistema costituito da due masse che sono collegate da elementi elastici costituiti dal provino e dagli organi che lo fissano alla macchina. La frequenza delle vibrazioni forzate viene fatta coincidere costantemente con quella naturale degli elementi oscillanti, alimentando l'elettromagnete con un generatore d'impulsi di tipo elettronico, eccitato dalla macchina stessa. La frequenza delle oscillazioni naturali dipende dalla elasticità della provetta, quindi dalle sue dimensioni e dal materiale che la costituisce, e dalla grandezza delle masse oscillanti; queste possono essere variate, con l'aggiunta di pesi a forma di dischi, entro estesi limiti, il che rende la macchina utilizzabile per molti tipi di materiali, con libertà di scelta per le dimensioni del provino. L'uso di particolari dispositivi consente di eseguire, oltre quelle a carico assiale, anche prove di flessione, taglio e torsione (per quest'ultima si veda l'apparecchio di fig. 11-62).

Le macchine per prove a *flessione rotante* sono state le prime, in ordine di tempo, ad essere impiegate nelle ricerche sul comportamento a fatica dei materiali; è infatti al *Wöhler* che si deve la costruzione dei prototipi di queste macchine, oltre che la formulazione delle prime leggi fondamentali sui fenomeni di fatica. La semplicità del dispositivo di prova ne fa, ancora oggi, uno dei sistemi più diffusi per ottenere sollecitazioni da flessione alternata.

La prova consiste nel sollecitare a flessione una provetta di sezione circolare, mediante pesi applicati con l'interposizione di cuscinetti a sfera; la provetta è messa poi in rotazione continua intorno al proprio asse longitudinale, in modo da stabilire un moto relativo del piano di sollecitazione rispetto al provino stesso. La generica fibra parallela all'asse è così sollecitata alternativamente a trazione ed a compressione, secondo un ciclo sinusoidale alternato.

Nella fig. 11-76 sono riportati due tipi di montaggio correntemente adoperati nella realizzazione delle macchine di prova a flessione rotante. Nello schema di fig. 11-76 a, la provetta A è fissata all'albero B, messo in rotazione su due cuscinetti a sfere; il carico di prova è trasmesso mediante l'albero C e l'asta di trazione D collegata al giogo di bilancia E. Su questo si sposta il peso P, che genera, nella sezione ristretta del provino, momenti  $M_A$  variabili con la distanza  $z$  dalla posizione iniziale O;

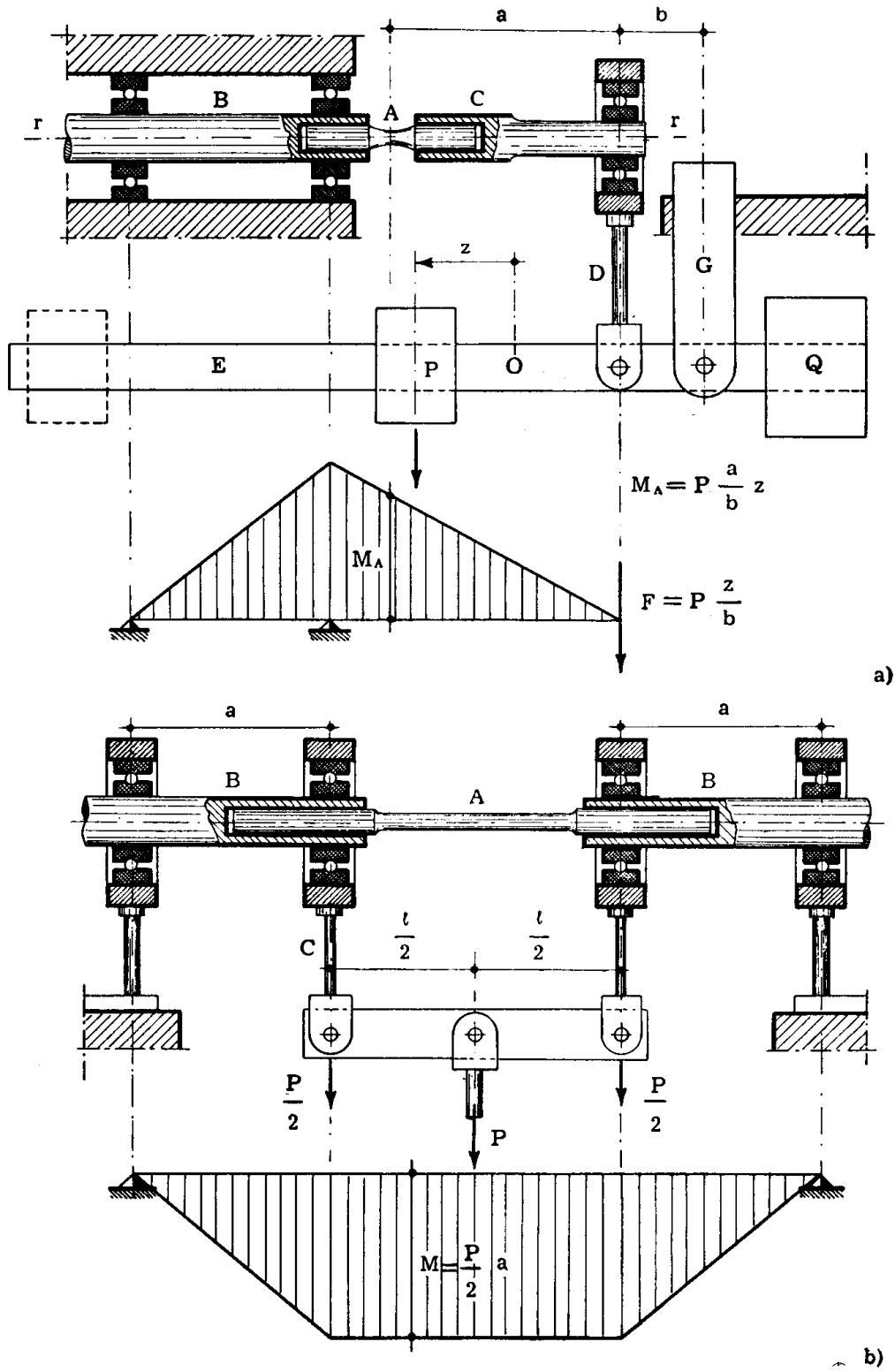


FIG. 11-76

quando il peso  $P$  si trova in  $O$ , la provetta è scarica essendo uguali i momenti di  $P$  e  $Q$  rispetto all'asse del vincolo  $G$ . Nelle prove eseguite secondo questo schema, la sollecitazione di flessione è sempre accompagnata da quella di taglio.

Il montaggio di fig. 11-76 b è invece adottato per prove di flessione semplice; il dispositivo realizza un diagramma di momenti costante su tutto il tratto calibrato del provino. La fig. 11-77 è relativa ad una mac-

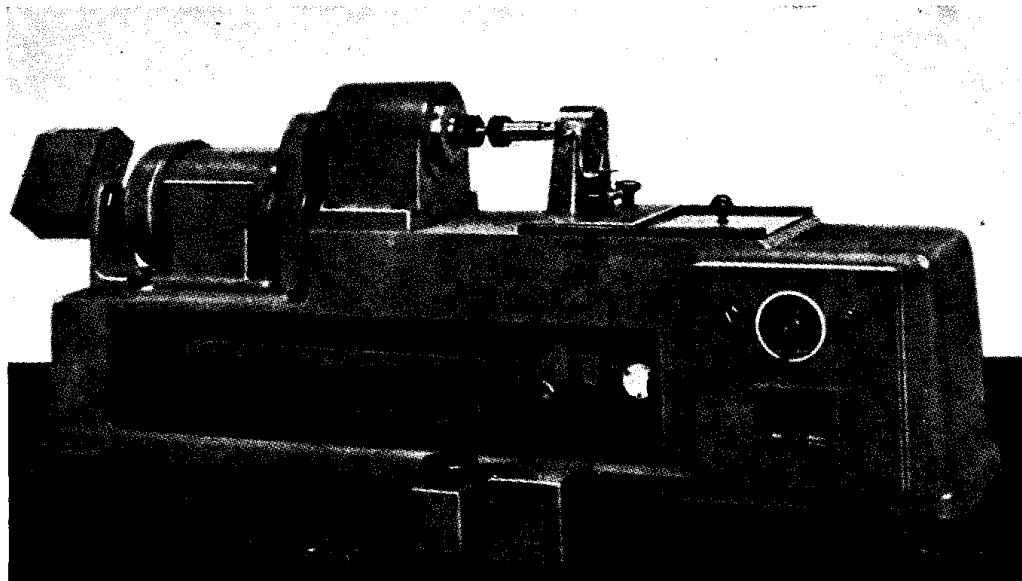


FIG. 11-77

china *Schenk* per prove a flessione rotante, eseguite secondo lo schema di fig. 11-76 a, con frequenze di 6000 e 12000 cicli al minuto e momento flette massimo di 2,7 kgm.

### 13. Apparecchi di misura degli spostamenti e delle deformazioni.

Il problema della misura delle deformazioni di un corpo sollecitato si pone, in laboratorio, ogni volta che la ricerca non è limitata soltanto alla determinazione delle due uniche grandezze meccaniche che la macchina di prova è in grado di fornire, e cioè il carico di snervamento e quello di rottura. Si può anzi dire che la maggior parte delle prove di laboratorio richieda questo tipo di misura, a partire da quelle fondamentali relative alla determinazione delle costanti elastiche del materiale ed al tracciamento del diagramma tensioni-deformazioni; per di più, sotto il termine di misura delle deformazioni si devono intendere raggruppate numerose tecniche, ciascuna delle quali adatta ad uno o più tipi di prova.

Un vasto campo di applicazione di queste tecniche è costituito dalle indagini relative agli effetti dei carichi sulle costruzioni; mentre infatti i risultati dei calcoli di progetto o di verifica sono generalmente espressi in termini di tensioni, all'atto del controllo sperimentale si constata che soltanto attraverso le deformazioni, o un fenomeno che ad esse si associa, è possibile ottenere dati sulla rispondenza della struttura alle previsioni teoriche, non essendo la tensione una grandezza misurabile direttamente.

Molto spesso, nel caso delle strutture, la valutazione degli effetti delle forze su di essa agenti può consistere nella misura di grandezze che riflettono il comportamento globale della costruzione, e cioè degli spostamenti e delle rotazioni di una o più sezioni delle parti monodimensionali costituenti la struttura stessa; questo metodo utilizza particolari apparecchi, come i *flessimetri*, i *comparatori*, i *clinometri*, ed è caratterizzato da semplicità operativa ed efficacia notevoli.

Numerose difficoltà si connettono invece con la misura delle deformazioni propriamente dette (*misure estensimetriche*) e principalmente quella dell'amplifica delle deformazioni, che sono molto piccole nelle normali condizioni di esercizio dei materiali. I relativi apparecchi (*estensimetri*) misurano gli spostamenti relativi tra due punti del corpo, cioè l'allungamento medio di un elemento lineare (*base di misura*), e spesso si è portati a ridurre al massimo la dimensione dell'elemento stesso, specialmente se il campo di deformazione è caratterizzato da un gradiente notevole; ciò comporta ulteriori esigenze nei riguardi dell'amplifica. Anche se i relativi problemi sono risolti con i moderni metodi estensimetrici, restano sempre la difficoltà insita nella delicatezza delle misura, e ciò deriva proprio dalla grande sensibilità dell'apparecchio, e l'altra della scelta della base di misura; una eccessiva riduzione di quest'ultima può condurre infatti a rilevare deformazioni relative ai singoli costituenti del materiale (cristalli di un metallo o granuli di ghiaia di un conglomerato), mentre alla misura si richiede un dato che derivi dalle proprietà fisiche medie dell'intorno considerato (\*).

#### a) *Misure di spostamenti e inclinazioni.*

Gli spostamenti dei punti di un solido deformabile si rilevano a mezzo di apparecchi (*flessimetri* e *comparatori*) disposti tra il punto, oggetto della misura, ed un altro punto fisso; il sistema più usato per amplificare lo spostamento effettivo è quello meccanico, basato sull'uso di leve o, per i tipi più moderni e frequentemente usati, di ingranaggi.

---

(\*) Per le misure abituali nel campo della Resistenza dei Materiali, *L'Hermite* (opera citata) consiglia che il rapporto tra la base di misura e la massima dimensione del più grande degli elementi costitutivi sia maggiore di 10 e comunque non inferiore a 5.

Nel *flessimetro Salmoiraghi* (fig. 11-78), l'estremità dell'asta *A*, tenuta a contatto con un punto del corpo deformabile, trasla di quantità uguali alla componente dello spostamento, misurata secondo la direzione

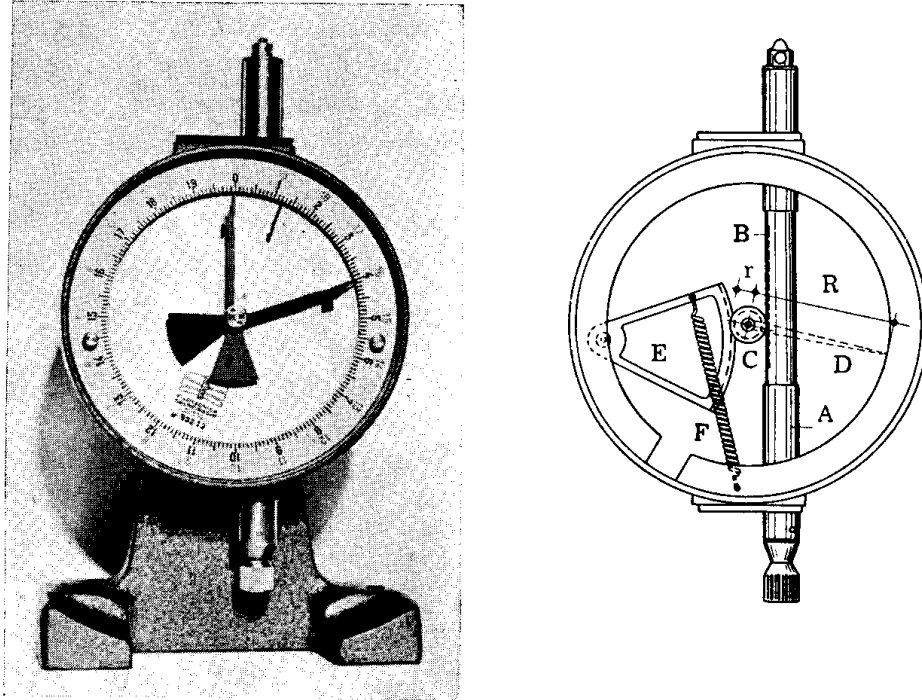


FIG. 11-78

di *A*. La cremagliera *B* mette in movimento la ruota dentata *C* e l'indice *D* ad essa solidale; la componente dello spostamento viene letta sul quadrante dell'apparecchio, amplificata in proporzione del rapporto  $R/r$ . La coppia antagonista è fornita dal sistema *E, F*, a settore dentato e molla di richiamo.

L'ingrandimento, legato alla lunghezza *R* dell'indice, non può superare i limiti imposti da ragioni di ingombro e di maneggevolezza dell'apparecchio; in quello di fig. 11-78, la sensibilità, cioè il minimo spostamento apprezzabile sul quadrante di lettura, è di 0,1 mm. Se la misura deve essere eseguita su strutture ed in punti non facilmente accessibili, il collegamento con il flessimetro si effettua a mezzo di un filo o di una barra di metallo a basso coefficiente di dilatazione termica (*invar*). Alcuni tipi di flessimetri consentono la registrazione delle misure su di un tamburo mosso da un movimento ad orologeria; i dispositivi più moderni utilizzano sistemi di registrazione con trasmissione elettrica, simili a quelli che verranno descritti più avanti a proposito di alcuni tipi di estensimetri.

Nei *comparatori* (fig. 11-79 a), tra la cremagliera dell'asta *A* e la ruota

dentata B solidale con l'indice, è interposto un sistema di amplifica a ingranaggi C che aumenta notevolmente la sensibilità e la precisione del-

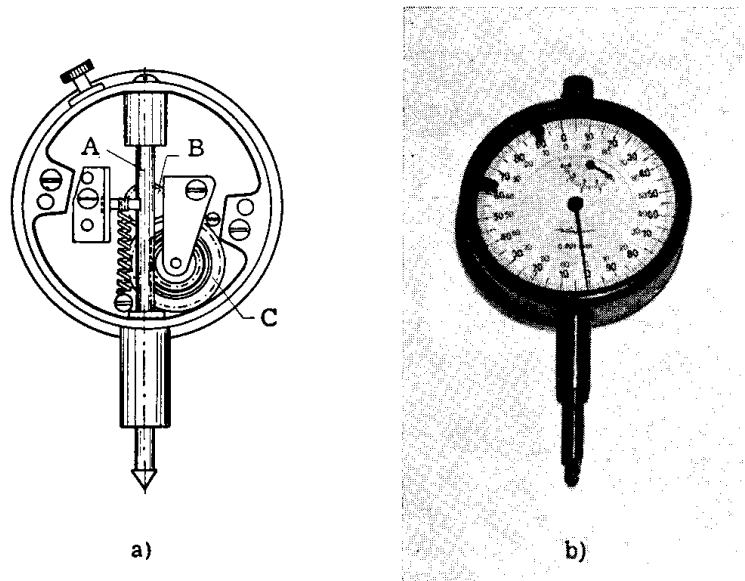


FIG. 11-79

l'apparecchio, riducendone di molto le dimensioni; è possibile apprezzare da 0,01 mm, con i *comparatori centesimali*, fino a 0,001 mm ed oltre con

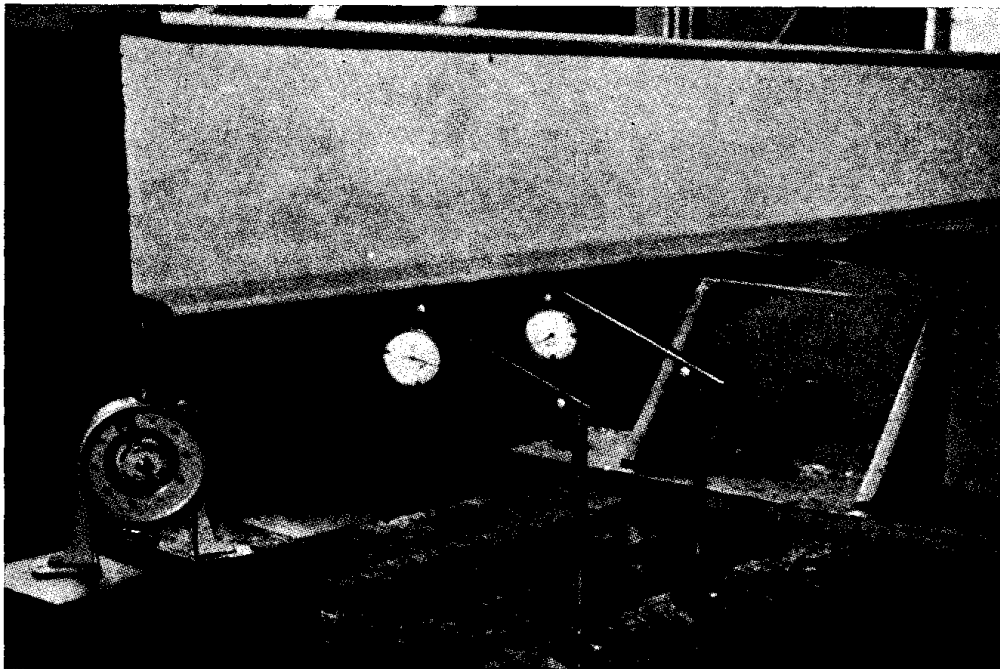


FIG. 11-80

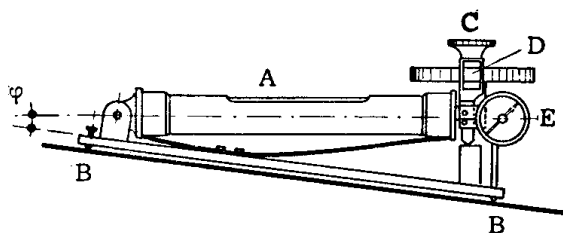
quelli *millesimali*. In fig. 11-79 b, è riportato un comparatore di quest'ultimo tipo (*Käfer*).

Dalla fig. 11-80 si rileva la disposizione di flessimetri e comparatori

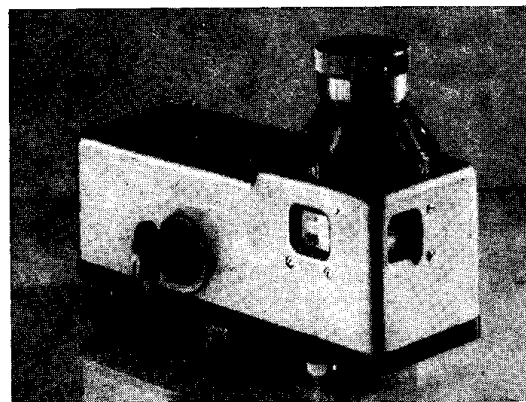


relativa ad una prova di flessione; i comparatori sono montati su sostegni forniti di piccole basi magnetiche che rendono comoda e sicura l'applicazione degli strumenti su banchi o su piastre metalliche.

La livella a bolla d'aria è spesso adoperata come *clinometro* e cioè per misurare gli angoli di cui ruotano le sezioni di un solido deformabile. Il principio di funzionamento si richiama, nella maggior parte dei casi, a quello del *clinometro Stoppani* (fig. 11-81 a), nel quale la misura dell'inclinazione avviene per correzione dello spostamento subito dalla bolla rispetto alla posizione di riposo, coincidente con quella indeformata del corpo da studiare. La livella A è montata sulla piastra B a mezzo di una



a)



b)

FIG. 11-81

cerniera ad un estremo e di una vite micrometrica all'altro; l'inclinazione  $\varphi$  della piastra, causata dalla deformazione della struttura, determina uno spostamento della bolla che è possibile annullare agendo sulla vite micrometrica C. La misura di  $\varphi$  si ottiene leggendo all'indice D il numero di giri fatti compiere alla vite, e le frazioni di giro sul quadrante E.

Sul principio ora esposto si basa il funzionamento del *clinometro Galileo* (fig. 11-81 b), nel quale il moto della vite micrometrica è trasmesso alla livella con un sistema di riduzione a leve; le letture si eseguono dopo aver portato a coincidere le immagini delle due metà della bolla, riflesse in un specchio orientabile che permette l'osservazione da qualsiasi posizione. Due tamburi, collegati alla vite micrometrica, sono graduati in primi e secondi di arco, rispettivamente; la sensibilità dell'apparecchio è di  $2''$  ed il fondo scala di  $1^\circ$ .

#### b) Misure di deformazioni.

La misura della deformazione in un punto P di un corpo elastico, lungo una retta  $a$  passante per P, si ottiene determinando gli spostamenti

relativi di due punti di  $a$ , compresi nell'intorno di quello considerato e distanti  $l_a$  :

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta l_a}{l_a} .$$

La distanza  $l_a$  prende il nome di *base di misura*, e deve essere fissata in base a considerazioni relative al gradiente della deformazione nel punto, tenuto conto delle osservazioni già fatte all'inizio del paragrafo, relativamente alle limitazioni poste dalla imperfetta omogeneità dei corpi reali.

Gli apparecchi adoperati per la misura delle variazioni di lunghezza nell'intorno di un punto del corpo elastico vengono denominati *estensimetri* e si differenziano in numerosi tipi, diversi per il principio di funzionamento e per il fenomeno che si associa alla deformazione e che è posto a base della misura; nel seguito vengono studiati gli estensimetri più frequentemente adoperati nelle abituali ricerche di laboratorio e nelle operazioni di verifica sperimentale delle strutture (collaudo).

*Estensimetri meccanici.* — Primo in ordine di tempo ad essere impiegato nella misura di spostamenti, il sistema a leve è ancora utilizzato in

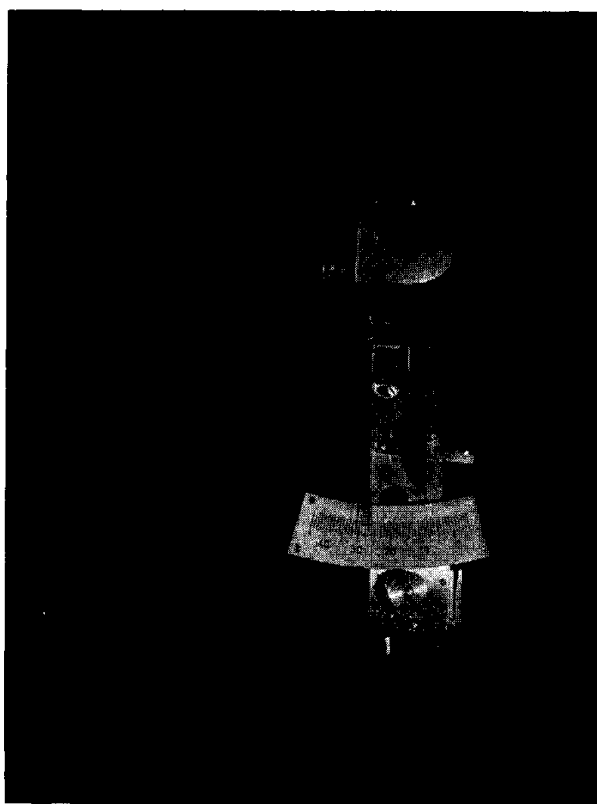
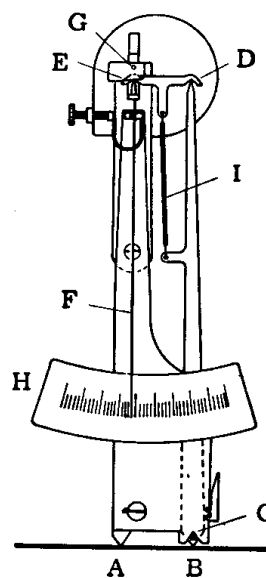


FIG. 11-82



moderni estensimetri meccanici, di precisione e sensibilità notevoli, come quello riportato in fig. 11-82 (*estensimetro Galileo*); lo strumento viene

fissato al corpo con i coltelli A, B, disposti in corrispondenza dei due punti che limitano la base di misura. Il coltello mobile B costituisce l'estremità della leva BD, con fulcro in C, che trasmette, tramite il bilanciere DE, lo spostamento relativo dei due punti del corpo alla seconda leva FG; quest'ultima funziona da indice scorrevole sul settore graduato H. La molla I assicura il ritorno dell'indice al decrescere della deformazione; l'estensimetro di fig. 11-82 amplifica 1000 volte gli allungamenti della base di misura, che può essere di 10, 20 o 50 mm.

Sono di impiego frequente gli estensimetri meccanici che utilizzano, con diverse disposizioni, comparatori molto sensibili e precisi; alcuni di questi tipi offrono il vantaggio di non richiedere una sistemazione fissa sul punto di misura, sicchè è possibile, con un solo apparecchio, rilevare la deformazione in un numero illimitato di punti del corpo, ed eseguire osservazioni periodiche, distribuite in intervalli di tempo molto lunghi. Il *deformometro Huggenberger* appartiene a questa categoria di strumenti ed è costituito da un quadrilatero deformabile comprendente le aste AD, BC e le lamine metalliche E (fig. 11-83 a). Gli spostamenti relativi tra

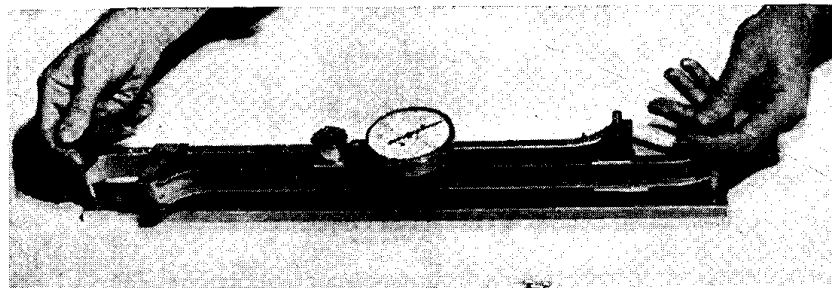
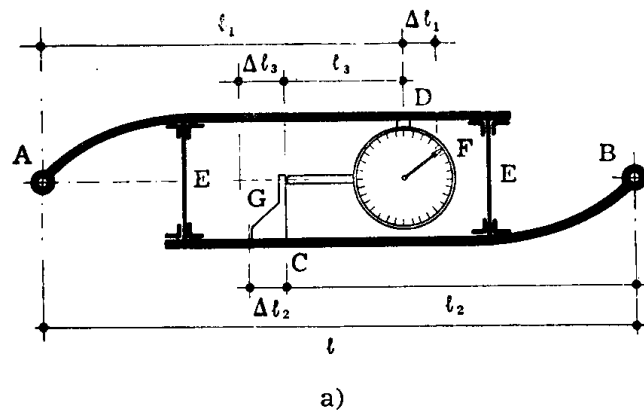


FIG. 11-83

A e B vengono misurati sulla base  $l$  mediante il comparatore F, solidale con l'asta AD e messo in contrasto con il pezzo G fissato su BC; la misura si esegue (fig. 11-83 b) inserendo le punte coniche di acciaio, che l'apparec-

chio presenta in A e B, nei fori di due piastrine metalliche che vengono applicate sulla struttura, alle estremità della base di misura  $l$ .

L'apparecchio è compensato nei riguardi degli effetti derivanti dalle variazioni di temperatura; una opportuna scelta dei materiali che costituiscono le sue parti assicura infatti l'uguaglianza

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l_3$$

tra la somma degli allungamenti termici  $\Delta l_1$ ,  $\Delta l_2$  delle aste AD, BC rispettivamente, e quello  $\Delta l_3$  dell'asta di contatto del comparatore. Il deformometro adotta basi di misura di 254-508 e 750 mm; ciascuna divisione del quadrante corrisponde ad un allungamento di  $2,54 \times 10^{-3}$  mm.

Nell'estensimetro mobile di fig. 11-84 (*Tensotast Huggenberger*), un sistema a leve di alta precisione trasmette al comparatore millesimale le variazioni di lunghezza della base di misura; questa è delimitata da biglie di acciaio del diametro di  $1/16''$ , fissate sulla superficie della struttura, sulle quali vengono adattate le sedi sferiche ricavate sul coltello fisso e su quello mobile dell'apparecchio. Le letture si eseguono, con precisione di 0,001 mm, su basi di 20-50 e 100 mm, adottando prolunghe intercambiabili.



FIG. 11-84

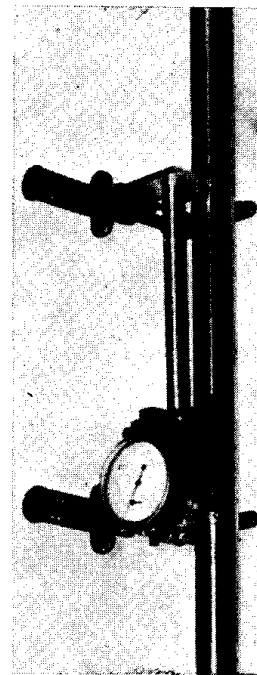


FIG. 11-85

Gli estensimetri a comparatore sono spesso adoperati per determinare la curva forze-allungamenti nelle prove di trazione. Dalla fig. 11-85 si rilevano le condizioni di impiego di un estensimetro *Amsler* di questo tipo, nel corso di una prova di trazione su barra di acciaio: l'apparecchio è vin-

colato al provino, in corrispondenza delle estremità della base di misura, con due terne di coltelli serrati con molle. Gli spostamenti relativi dei punti di attacco sono trasmessi al comparatore mediante un'asta scorrevole. La base di lettura può essere variata entro ampi limiti, da 40 a 320 mm; il quadrante fornisce letture di 0,01 mm.

Gli estensimetri, come ogni altro apparecchio di misura, devono essere periodicamente tarati per determinare le eventuali variazioni della base di misura o del coefficiente di amplifica, derivanti dall'uso prolungato dello strumento. Il controllo si esegue su banchi di taratura estensimetrici ad ingrandimento ottico, con scala di lettura graduata in micron. Come esempio di apparecchio di controllo, si riporta il *tensocalibratore Huggenberger* (fig. 11-86), nel quale un sistema a vite micrometrica fa spostare relativamente, in senso assiale, due piastre, su ciascuna delle

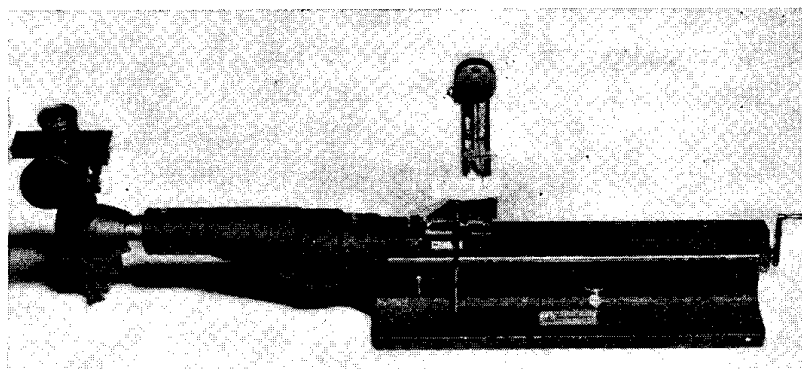


FIG. 11-86

quali è fissato uno dei coltelli dell'estensimetro da tarare. Gli spostamenti sono amplificati con un sistema ottico a specchio girevole; le letture si effettuano, con la precisione di  $0,2 \mu$ , ad un cannocchiale micrometrico e vengono confrontate con quelle eseguite allo strumento sotto controllo. Dalla fig. 11-86 si rileva la posizione di un estensimetro sul banco di taratura, nel corso di una misura di controllo.

*Estensimetri ottici.* — La rigorosa applicazione del principio della misura ottica delle deformazioni comporta l'assenza di contatto tra l'apparecchio di misura ed il corpo deformabile: due segni di riferimento vengono tracciati su quest'ultimo, ed il reticolo di un microscopio, spostabile mediante una vite micrometrica, è messo in coincidenza con le due immagini, prima della deformazione e subito dopo; nella maggior parte di questi apparecchi si adoperano due microscopi, uno per ciascuno dei segni di riferimento.

Il principio del *micrometro ottico*, ora descritto, è però generalmente sostituito da quello basato sull'amplifica ottica degli allungamenti regi-

strati da un estensimetro meccanico (*estensimetri a leva ottica*). Tra i numerosi apparecchi di questo tipo, molti dei quali consentono la registrazione su lastra sensibile, si descrive l'*estensimetro ottico di Martens*, largamente impiegato nelle misure di laboratorio.

Sul provino A (fig. 11-87 a), è fissata l'asta B fornita di un coltello C e di un prisma a doppio coltello D solidale con lo specchio E; questo riflette l'immagine dell'asta graduata G nel cannocchiale F. Nella posizione iniziale, il cannocchiale e lo specchio sono disposti alla stessa altezza, perpendicolarmente l'uno all'altro, e lo specchio è orientato parallelamente alla scala G; il reticolo del cannocchiale viene fatto collimare con una

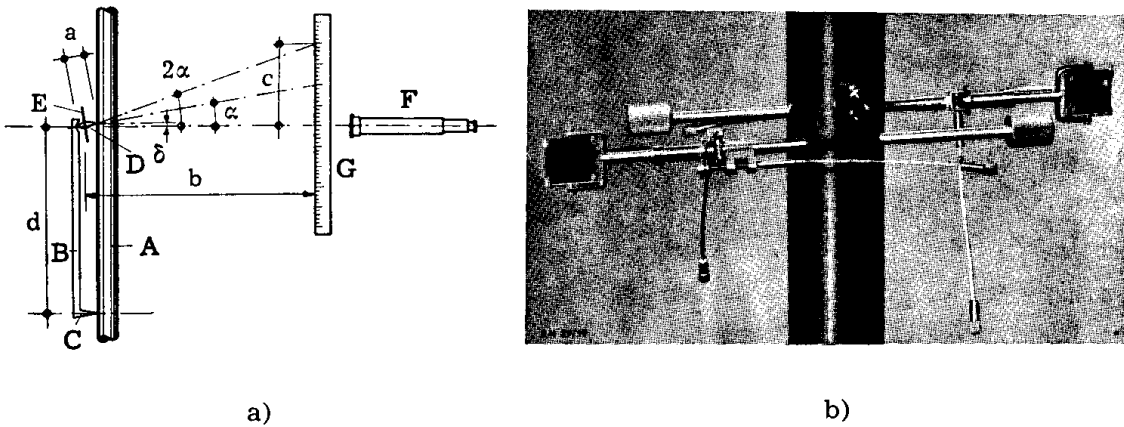


FIG. 11-87

delle divisioni della scala. Se il provino subisce una variazione di lunghezza  $\delta$ , lo specchio ruota di un piccolo angolo  $\alpha$ , rispetto alla sua posizione iniziale, e riflette nel cannocchiale una nuova divisione della scala, distante di  $c$  dal punto osservato in precedenza; indicando con  $a$  l'altezza del prisma D e con  $b$  la distanza tra la scala e la superficie argentata dello specchio, si ha

$$\delta = a \operatorname{sen} \alpha$$

$$c = b \operatorname{tg} 2\alpha ,$$

nella seconda delle quali, se gli allungamenti  $\delta$  e quindi gli angoli  $\alpha$  sono piccoli, può porsi

$$\operatorname{tg} 2\alpha \cong 2 \operatorname{tg} \alpha \cong 2 \operatorname{sen} \alpha ,$$

ottenendosi

$$\delta = \frac{a}{2b} c ;$$

la precedente fornisce, in funzione della lettura  $c$  eseguita al cannocchiale, la variazione di lunghezza subita dal provino e quindi la deformazione, essendo nota la lunghezza  $d$  tra l'asse del coltello fisso ed il centro dell'intaglio costituente la sede del prisma  $D$ .

Per le misure si adoperano due cannocchiali che eseguono letture relative a due estensimetri fissati su generatrici diametralmente opposte del provino; si assume come variazione di lunghezza la media delle due letture. L'amplificatore dell'apparecchio consente di apprezzare allungamenti o accorciamenti di  $5 \times 10^{-3}$  mm.

Dalla fig. 11-87 b, si rilevano i particolari di un dispositivo portaspecchi fissato ad una barra di acciaio in corso di prova (sistema *Jansen-Mohr e Federhaff*); sono visibili i comandi per eseguire l'operazione di messa a punto della posizione degli specchi.

*Estensimetri elettroacustici.* — Una corda di acciaio, tesa tra due punti di un corpo deformabile, subisce, per ogni spostamento relativo tra i punti stessi, una variazione di tensione alla quale corrisponde una variazione della frequenza propria di vibrazione trasversale, secondo la legge espressa dalla (11-13).

La misura della deformazione può essere così trasformata in quella di una frequenza di vibrazione, ottenuta per confronto tra la corda di misura ed una corda campione: eccitate delle oscillazioni meccaniche in entrambi i sistemi, si provocano i battimenti tra le due frequenze e si fa variare la lunghezza della corda di confronto fino ad annullare i battimenti stessi, e cioè fino ad ottenere l'uguaglianza tra le due frequenze. La variazione di lunghezza della corda campione, letta su di un tamburo a vite micrometrica, è uguale a quella subita dalla corda di misura e quindi proporzionale allo spostamento relativo tra i due punti considerati.

Nei più recenti estensimetri a corda vibrante, il metodo della comparazione acustica tra la frequenza incognita e quella campione è adoperato soltanto in prima approssimazione; la rigorosa coincidenza viene poi verificata a mezzo di un rivelatore elettronico. Questo sistema è adottato per il misuratore elettro-acustico *Maihak* (fig. 11-88); il trasmettitore  $B$  è fissato al corpo di prova  $A$  con l'interposizione di un coltello fisso  $C$  e di uno mobile  $D$ , tra i quali è tesa la corda di misura  $E$  che subisce variazioni di lunghezza proporzionali a quelle della base  $d$ . Per misurare la frequenza caratteristica della corda di misura, vengono in essa eccitate le oscillazioni meccaniche mediante l'elettromagnete  $F$  al quale si può inviare corrente dal generatore  $G$ , chiudendo il circuito in  $H$ ; la corda di confronto  $I$  è tenuta continuamente in vibrazione ed è collegata alla vite micrometria  $L$  (*accordatore*) con la quale è possibile variare la lunghezza e quindi la frequenza propria dell'elemento di paragone. La vibrazione meccanica di ciascuna delle due corde induce, nel circuito avvolto sul cor-

rispondente magnete, delle oscillazioni elettriche che, a loro volta, provocano la deflessione del pennello elettronico del tubo oscilloscopico M. Le due flessioni avvengono in piani ortogonali e sono di frequenza uguale

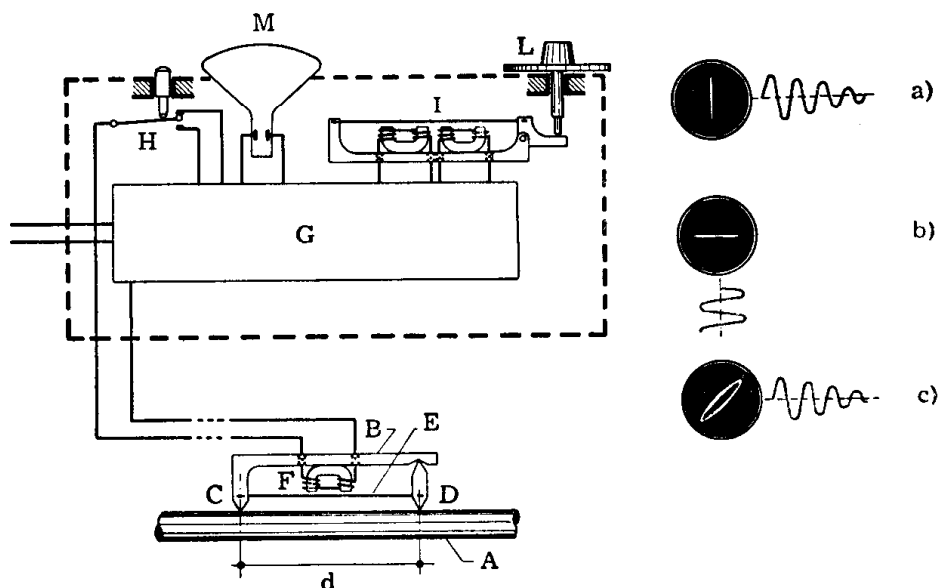


FIG. 11-88

a quella della rispettiva corda vibrante; esse si compongono, sullo schermo dell'oscilloscopio, in figure di *Lissajous* che si trasformano in una ellisse, quando si ha l'uguaglianza delle due frequenze, o in un cerchio, se anche le ampiezze coincidono. Negli schemi di fig. 11-88 a, b, c, sono indicati i segnali che compaiono sullo schermo rispettivamente, nel caso delle oscillazioni smorzate della corda di misura, di quelle continue della corda di confronto e nel caso di uguaglianza delle due frequenze sovrapposte. La lettura al tamburo graduato della vite micrometrica L fornisce l'allungamento della corda di misura, proporzionale a quello della base  $d$ .

*Estensimetri elettrici a variazione di induttanza.* — Negli estensimetri di questo tipo, gli spostamenti relativi di due punti del corpo deformabile determinano modificazioni di un campo magnetico e quindi dell'induttanza di un avvolgimento elettrico ad esso concatenato; le deformazioni vengono rilevate mediante la misura delle variazioni di induttanza del circuito elettrico, ad esse proporzionali. Gli estensimetri a induttanza si distinguono per il modo di far variare la riluttanza del circuito magnetico in funzione degli allungamenti o degli accorciamenti della base di misura: ciò può essere ottenuto con variazione dell'interferro, o mediante lo spostamento di un nucleo all'interno di un elettromagnete cavo, od anche utilizzando il fenomeno della magneto-strizione per il quale la riluttanza



di un circuito magnetico si modifica, se subentrano variazioni dello stato tensionale del nucleo.

L'estensimetro di *Lehr* (*Askania-Werke*) è del primo tipo e comprende un magnete A ed una barretta B che possono spostarsi relativamente, seguendo le deformazioni della base di misura  $d$  (fig. 11-89). Il generatore di corrente alternata C alimenta l'avvolgimento 1 del magnete A e quello 2 di un magnete di paragone D, identico al precedente; due bobine, 3 e 4, avvolte rispettivamente su A e D (*avvolgimenti esploratori*), sono connesse in opposizione e possono fornire una tensione proporzionale alle variazio-

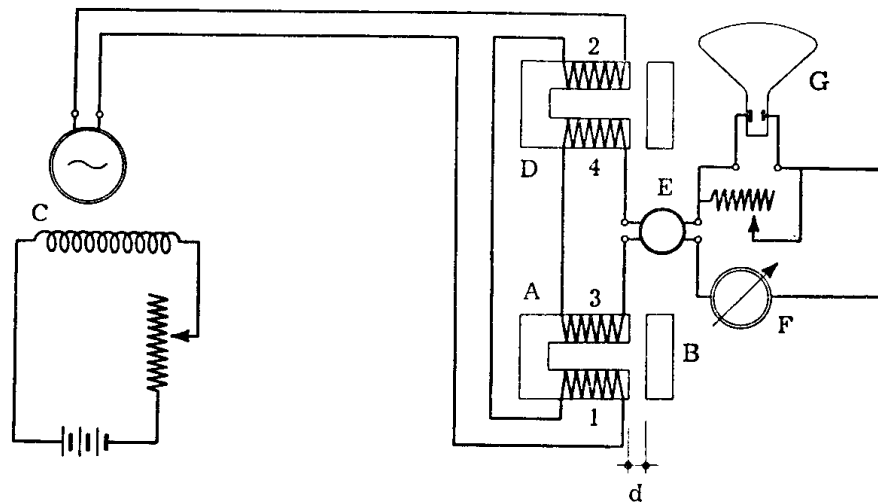


FIG. 11-89

ni di lunghezza della base di misura  $d$ . Una variazione  $\Delta d$  provoca infatti un aumento o una diminuzione dell'interferro del magnete A ed una proporzionale variazione della riluttanza del circuito magnetico, e quindi della tensione indotta agli estremi dell'avvolgimento esploratore 3; poichè è rimasta costante la forza elettromotrice prodotta dal magnete di paragone 4, ai morsetti del raddrizzatore E perviene una tensione proporzionale a  $\Delta d$  che viene misurata al milliamperometro F o rilevata sullo schermo dell'oscillografo G.

Gli estensimetri a induttanza trovano largo impiego nelle prove di laboratorio relative alla determinazione della legge sforzi-allungamenti in regime monoassiale. In fig. 11-90 a, è riportato lo schema di un estensimetro di questo tipo, che utilizza come elemento a riluttanza variabile un trasformatore differenziale (*Tinius-Olsen*). L'estensimetro viene fissato sul provino A con un sistema di coltelli B, C, serrati mediante la molla di pressione D. Il coltello B è mobile e segue gli allungamenti del provino, spostando contemporaneamente il nucleo del trasformatore differenziale E; si ottiene così un segnale elettrico, proporzionale alla deformazione, che

viene amplificato ed impiegato per comunicare il moto di rotazione ad un tamburo registratore; una punta scrivente avanza lungo le generatrici del tamburo, proporzionalmente al carico di prova, essendo collegata al

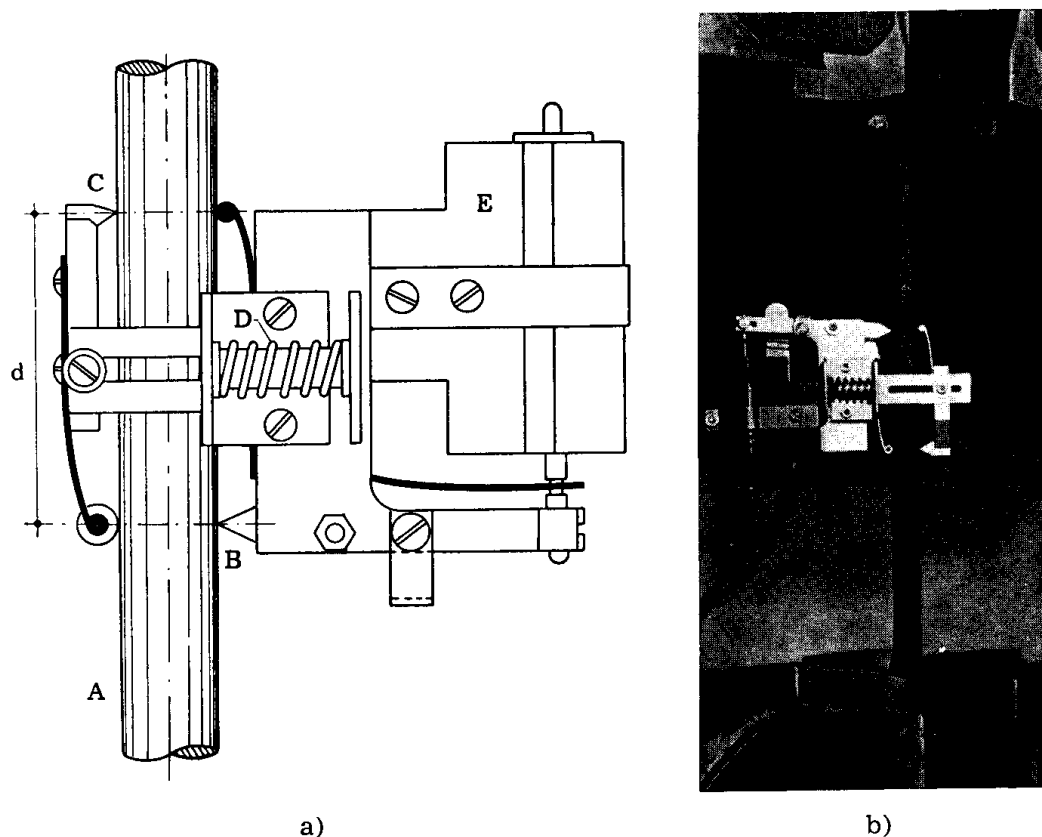


FIG. 11-90

dinamometro mediante trasmissione meccanica. L'assetto di prova si rileva dalla fig. 11-90 b; l'apparecchio si può applicare su basi di misura fino a 200 mm, con fattori di amplifica che raggiungono il valore di  $2 \times 10^3$ .

*Estensimetri elettrici a resistenza.* — Sono estensimetri che misurano lo spostamento relativo di due punti di un solido elastico, come funzione della variazione di resistenza elettrica indotta in un conduttore solidale con la base di misura; la deformazione viene rilevata attraverso la variazione di potenziale in un circuito elettrico di misura.

Alcuni tipi di estensimetri sono basati sul principio del potenziometro: la variazione di resistenza, funzione della deformazione, si ottiene facendo spostare un cursore, fissato ad un punto del solido da studiare, lungo un conduttore a filo, collegato ad un altro punto del solido; il movimento del cursore può essere amplificato meccanicamente per ottenere variazioni apprezzabili di resistenza.

I più recenti metodi di misura elettrica delle deformazioni impiegano estensimetri a resistenza metallica, nei quali la variazione di resistenza elettrica di un sottile conduttore filiforme viene generata facendone variare lo stato tensionale (*Kelvin*, 1856).

Nella sua forma originaria (*Simpson e Ruge*), ancora oggi largamente usata, un estensimetro elettrico di questo tipo segue lo schema di fig. 11-91 a: un sottile filo metallico, ripiegato in più spire, è incollato su di un supporto di carta che viene fissato, con speciali adesivi, in un punto del cor-

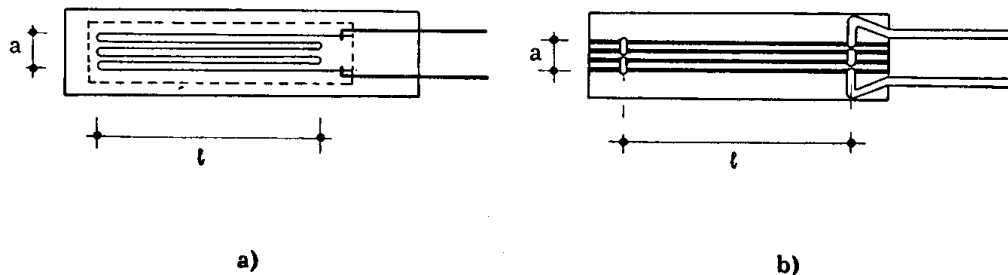


FIG. 11-91

po da studiare; l'insieme costituito dal supporto e dal filo è in grado di seguire le deformazioni senza che intervengano scorrimenti, ed il filo stesso subisce variazioni di lunghezza e di sezione, modificando in conseguenza la propria resistenza elettrica. Questo tipo di misuratore elettrico delle deformazioni, *strain-gage* secondo la terminologia inglese, è denominato correntemente *estensimetro a francobollo* per la forma e le dimensioni che lo caratterizzano e per il modo di fissarlo alla struttura; geometricamente esso è definito dalla lunghezza  $l$  della base di misura e dalla sua larghezza  $a$ .

Si definisce *fattore di sensibilità*  $k$  dell'estensimetro il rapporto tra la variazione relativa di resistenza  $dR/R$  e la deformazione  $\varepsilon = dl/l$  che la produce, essendo  $R$  la resistenza del filo indeformato ed  $l$  la sua lunghezza. Dalla relazione che lega  $R$ ,  $l$  e la resistività  $\rho$  del materiale costituente il filo,

$$R = \rho \frac{l}{A}, \quad (15)$$

dove  $A$  è l'area della sezione retta del filo, nell'ipotesi che  $\rho$  non vari al variare di  $R$ , differenziando si ha:

$$dR = \rho \frac{A dl - l dA}{A^2}$$

e per la (11-15)

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\ell}{\ell} - \frac{dA}{A}$$

nella quale è

$$\frac{dA}{A} = - \frac{2}{m} \frac{d\ell}{\ell}$$

con  $1/m$  modulo di Poisson; si ha quindi

$$\frac{dR}{R} = \left(1 + \frac{2}{m}\right) \frac{d\ell}{\ell} = k \varepsilon \quad (16)$$

che definisce la legge di variazione della resistenza in funzione della deformazione; dalla (11-16) si ricava per  $k$  un valore compreso tra 1,5 e 1,8, essendo, per i materiali usualmente adoperati,  $0,25 \leq 1/m \leq 0,40$ ; in effetti la deformazione modifica la struttura cristallina del metallo costituente il filo, e ne aumenta la resistività, per cui, nei casi pratici, si ha  $1,6 \leq k \leq 2,2$ .

Gli estensimetri del tipo indicato (fig. 11-91 a) sono sensibili alle deformazioni trasversali per la presenza dei raccordi semicircolari che partecipano alla deformazione stessa; l'esistenza di un fattore di *sensibilità trasversale*  $k_t$  fa variare quello longitudinale  $k$  che diventa

$$k' = k \left(1 - \frac{1}{m} \frac{k_t}{k}\right);$$

il rapporto  $k_t/k$  viene definito *coefficiente di sensibilità trasversale* e varia tra 0,01 e 0,03, a seconda del tracciato dei fili. Negli estensimetri *Tepic* (*Huggenberger*), la sensibilità trasversale è praticamente annullata connettendo i fili longitudinali con dei conduttori molto corti e di sezione notevole che, durante la deformazione, subiscono variazioni di resistenza trascurabili (fig. 11-91 b).

La misura delle variazioni di resistenza si esegue generalmente con un ponte di *Wheatstone* (fig. 11-92 a), su di un lato del quale viene inserito l'estensimetro a resistenza  $R_1$ .

Il rivelatore G, disposto sulla diagonale CD del ponte, dà indicazione nulla solo quando le quattro resistenze costituenti il ponte assumono valori che rispettino la condizione di equilibrio

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}, \quad (17)$$

che comporta l'annullarsi della differenza di potenziale tra C e D. A partire dalla condizione di equilibrio del ponte, ogni deformazione della struttura alla quale è applicato l'estensimetro  $R_1$ , provoca una variazione  $\Delta R_1$  della corrispondente resistenza; la (11-17) non è più verificata e l'indice del galvanometro G devia dalla posizione di zero per effetto della differenza di potenziale tra C e D.

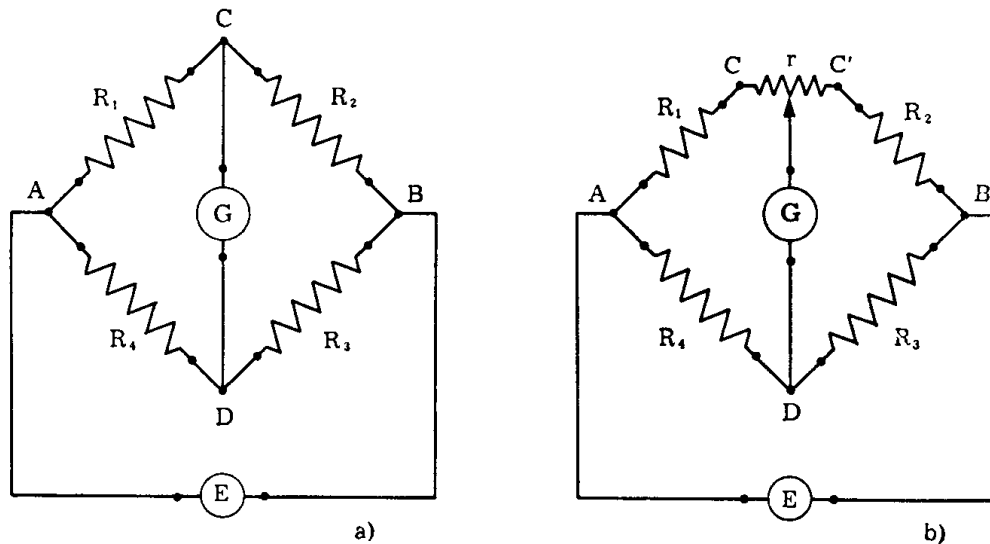


FIG. 11-92

La misura della variazione di resistenza  $R_1$  si può ottenere riportando il ponte in equilibrio, mediante la variazione di un'altra delle resistenze che lo costituiscono. Se l'elemento variabile è la resistenza  $R_4$ , la condizione di ripristino dell'equilibrio si scrive

$$R_1 + \Delta R_1 = \frac{R}{R_3} (R_4 + \Delta R_4)$$

e per la (11-17)

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_4}{R_4} ;$$

la precedente, tramite la (11-16) fornisce la deformazione come grandezza proporzionale alla variazione di resistenza relativa all'elemento  $R_4$

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \frac{\Delta R_4}{R_4} . \quad (18)$$

La resistenza  $R_4$  di solito è tarata direttamente in unità di deformazione; questa si assume pari a  $10^{-6}$  e viene indicata col simbolo  $\mu\varepsilon$  (*microdeformazione*).

Si può anche apprezzare la deformazione rilevando direttamente la deviazione dell'indice del rivelatore G; in questo caso si ha

$$\Delta E = \lambda E_0 k \varepsilon , \quad (19)$$

dove  $\Delta E$  è la tensione destata alle estremità del ponte dalla deformazione  $\epsilon, \lambda$  è un fattore numerico dipendente dal numero degli estensimetri e dalla loro posizione sui lati del ponte, ed  $E_0$  rappresenta la tensione di alimentazione di quest'ultimo; la relazione di proporzionalità (11-19) tra la tensione agli estremi del circuito e la deformazione nel punto di misura è valida per piccoli valori del rapporto  $\Delta R/R$ .

La condizione (11-17) di equilibrio iniziale del ponte si ottiene inserendo, ad esempio tra  $R_1$  ed  $R_2$ , una piccola resistenza  $r$  variabile (fig. 11-92 b).

Le variazioni di temperatura che possono verificarsi durante una misura estensimetrica causano errori non trascurabili; ad esse infatti corrisponde la variazione  $\Delta R'$  della resistenza del filo estensimetrico, causata dal salto termico, ed in più una  $\Delta R''$ , dovuta alla differenza tra il coefficiente di dilatazione lineare dell'estensimetro e quello del materiale cui esso è applicato. La conseguente deviazione dallo zero, rilevata al ponte, corrisponde ad una deformazione fittizia, proporzionale alla variazione di temperatura.

Pur esistendo particolari tipi di estensimetri a francobollo dotati di basso coefficiente di dilatazione termica, o addirittura autocompensati, generalmente si preferisce agire sul ponte, realizzandolo in modo che il suo equilibrio non possa essere turbato dalle variazioni termiche. Ciò si ottiene inserendo, su di un lato del ponte, un estensimetro *compensatore* uguale a quello attivo ed esposto, durante la misura, alle stesse variazioni di temperatura; esso quindi viene applicato su di una parte non sollecitata della struttura, o su di un pezzo dello stesso materiale, tenuto in prossimità della struttura. Nel circuito l'estensimetro compensatore deve essere inserito in un lato adiacente a quello che contiene l'elemento attivo; il salto termico provoca così uguali variazioni nelle rispettive resistenze e le corrispondenti variazioni delle forze elettromotrici si annullano in uno dei vertici del ponte. Con opportuna disposizione, è possibile utilizzare quale elemento attivo nei riguardi della deformazione meccanica anche l'estensimetro compensatore, come si rileva dai seguenti schemi di misura, relativi ai casi di sollecitazione semplice alla *De Saint-Venant*.

Per eseguire misure di deformazioni derivanti da *sforzo assiale*, è sufficiente disporre sul provino un solo estensimetro attivo, parallelamente alla direzione dello sforzo, ed uno compensatore applicato su di un campione inerte dello stesso materiale; se è noto il modulo di Poisson di quest'ultimo, l'elemento compensatore può essere disposto sulla stessa barretta, a  $90^\circ$  rispetto a quello attivo, in modo da essere influenzato soltanto dalle deformazioni trasversali del corpo sollecitato. La (11-18), in questo caso fornisce

$$\frac{\Delta R_4}{R_4} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} = k \epsilon \left( 1 + \frac{1}{m} \right)$$

dove  $R_1$  rappresenta la resistenza dell'estensimetro attivo ed  $R_2$  quella del compensatore; come si rileva, la disposizione ora descritta comporta un aumento della sensibilità.

Nelle usuali condizioni di prova, gli estensimetri attivi sono due,  $R_1$  ed  $R_3$ , e vengono disposti su generatrici diametralmente opposte del provino (fig. 11-93 a) per compensare gli effetti flessionali derivanti da even-

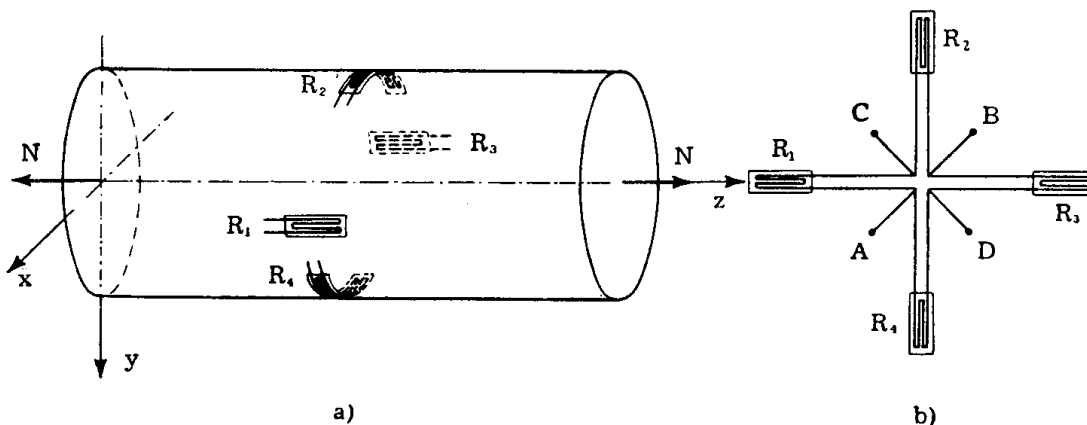


FIG. 11-93

tuali eccentricità del carico. Gli estensimetri compensatori,  $R_2$ ,  $R_4$ , se è noto il modulo  $1/m$ , sono applicati sulla stessa barretta, a  $90^\circ$  con i precedenti. Dalla fig. 11-93 b, si rileva la distribuzione degli estensimetri lungo i lati del ponte; la sensibilità di quest'ultimo è raddoppiata rispetto a quella della precedente disposizione.

Nella misura di deformazioni dovute a *flessione*, la disposizione degli estensimetri è analoga alla precedente: per ciascuno dei punti di misura si applica un elemento attivo, nella direzione delle fibre tese o compresse, ed uno compensatore in direzione ortogonale. La sensibilità può essere raddoppiata rendendo attivo quest'ultimo, cioè disponendolo sul provino, parallelamente a quello attivo e in un punto soggetto a deformazione uguale ed opposta di segno. Questo criterio è seguito nello schema di fig. 11-94 a, dove la sensibilità è quadrupla poichè si impiegano quattro estensimetri attivi, dei quali due in zona tesa e due in zona compressa, simmetricamente disposti rispetto all'asse neutro; ciascuno di essi è contemporaneamente compensatore nei riguardi di quello disposto sul lato adiacente del ponte (fig. 11-94 b). Lo schema elimina gli errori di misura derivanti dalla imprevista presenza di sforzo assiale; infatti la corrispondente deformazione provocherebbe uguali variazioni di resistenza sui quattro lati del ponte, lasciando inalterata la differenza di potenziale tra C e D dovuta al regime flessionale.

Nel caso della *torsione*, le misure si eseguono lungo le direzioni di massima deformazione e cioè sulle eliche a  $45^\circ$  con l'asse del provino; due estensimetri disposti su eliche a  $90^\circ$  rilevano deformazioni uguali e di segno opposto, compensandosi mutuamente nei riguardi delle variazioni termi-

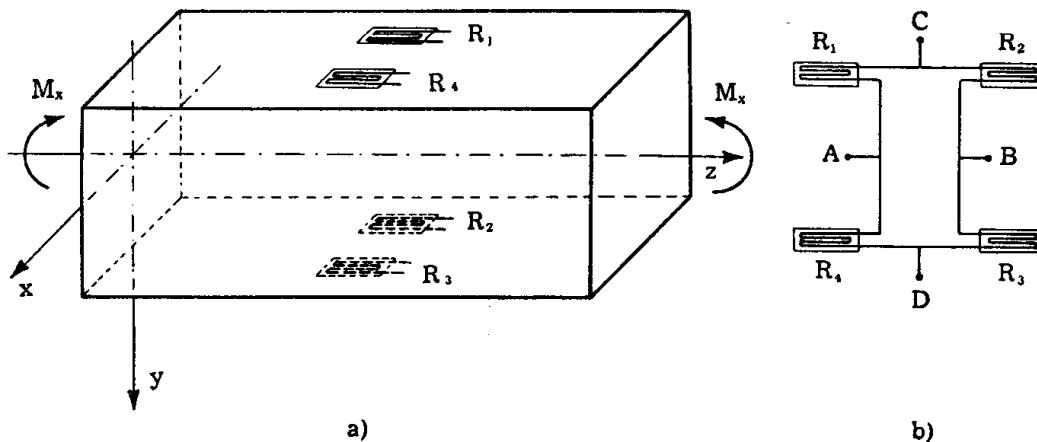


FIG. 11-94

che, e raddoppiando la sensibilità del ponte rispetto al caso di un solo estensimetro attivo ed uno compensatore inerte. Nello schema di fig. 11-95 a, quattro estensimetri sono disposti, a due a due, su eliche a  $90^\circ$ : gli elementi sono tutti attivi e compensatori al tempo stesso, e la sensibilità

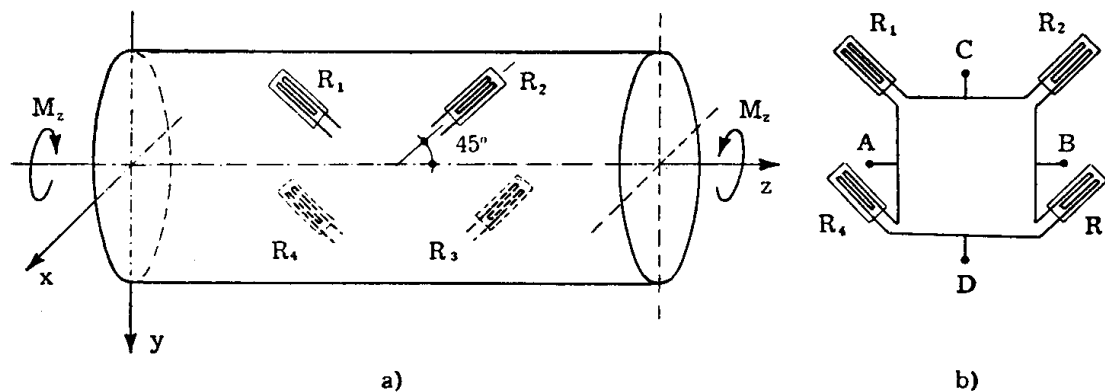


FIG. 11-95

del ponte è quadrupla; inoltre sono compensate le deformazioni derivanti da sforzo normale e da momenti flettenti parassiti. La distribuzione degli estensimetri lungo i lati del ponte è riportata in fig. 11-95 b.

Le ridotte dimensioni degli estensimetri a francobollo, unitamente alla loro grande precisione ed alla possibilità di collegare un numero notevole di elementi sensibili ad un solo rivelatore, fanno di questo metodo



estensimetrico un prezioso mezzo di indagine nello studio della deformazione di provini, modelli e strutture; uno degli impieghi più frequenti si ha nell'analisi degli stati piani di tensione, per la quale ricorrono particolari disposizioni degli estensimetri che rendono più spedita l'utilizzazione dei risultati della misura.

Sia  $a$  la generica retta passante per un punto  $P$  del corpo in esame (fig. 11-96 a) ed  $\alpha$  l'angolo che essa forma con l'asse  $\xi$  appartenente alla terna principale in  $P$ ; se con  $\varepsilon_\xi$ ,  $\varepsilon_\eta$  si indicano le dilatazioni principali nel piano delle tensioni, quella  $\varepsilon_a$  relativa alla retta  $a$  è fornita dalla

$$\varepsilon_a = \varepsilon_\xi \cos^2 \alpha + \varepsilon_\eta \sin^2 \alpha ,$$

che può scriversi

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_\xi + \varepsilon_\eta}{2} + \frac{\varepsilon_\xi - \varepsilon_\eta}{2} \cos 2 \alpha$$

od anche

$$\varepsilon_a = p + q \cos 2 \alpha \quad (20)$$

avendo posto

$$\begin{aligned} \varepsilon_\xi &= p + q \\ \varepsilon_\eta &= p - q . \end{aligned} \quad (21)$$

Indicando con  $a, b, c$  tre rette per  $P$ , lungo le quali si sono eseguite le misure estensimetriche dei coefficienti di dilatazione  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_c$ , per la (11-20) e con le notazioni di fig. 11-96 a, si può scrivere il sistema

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= p + q \cos 2 \alpha \\ \varepsilon_b &= p + q \cos 2 (\alpha + \beta) \\ \varepsilon_c &= p + q \cos 2 (\alpha + \gamma) \end{aligned}$$

che fornisce le direzioni principali in  $P$  e, tramite le (11-21), i relativi coefficienti di dilatazione  $\varepsilon_\xi$ ,  $\varepsilon_\eta$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2 \alpha &= \frac{(\varepsilon_a - \varepsilon_c) (1 - \cos 2 \beta) - (\varepsilon_a - \varepsilon_b) (1 - \cos 2 \gamma)}{(\varepsilon_a - \varepsilon_b) \sin 2 \gamma - (\varepsilon_a - \varepsilon_c) \sin 2 \beta} \\ q &= \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{\sin 2 \alpha \sin 2 \beta + \cos 2 \alpha (1 - \cos 2 \beta)} \quad (22) \\ p &= \varepsilon_a - q \cos 2 \alpha . \end{aligned}$$

Dalle precedenti si rileva che, se non sono note le direzioni principali, si rendono necessarie non meno di tre misure estensimetriche per definire lo stato di deformazione in un punto della struttura.

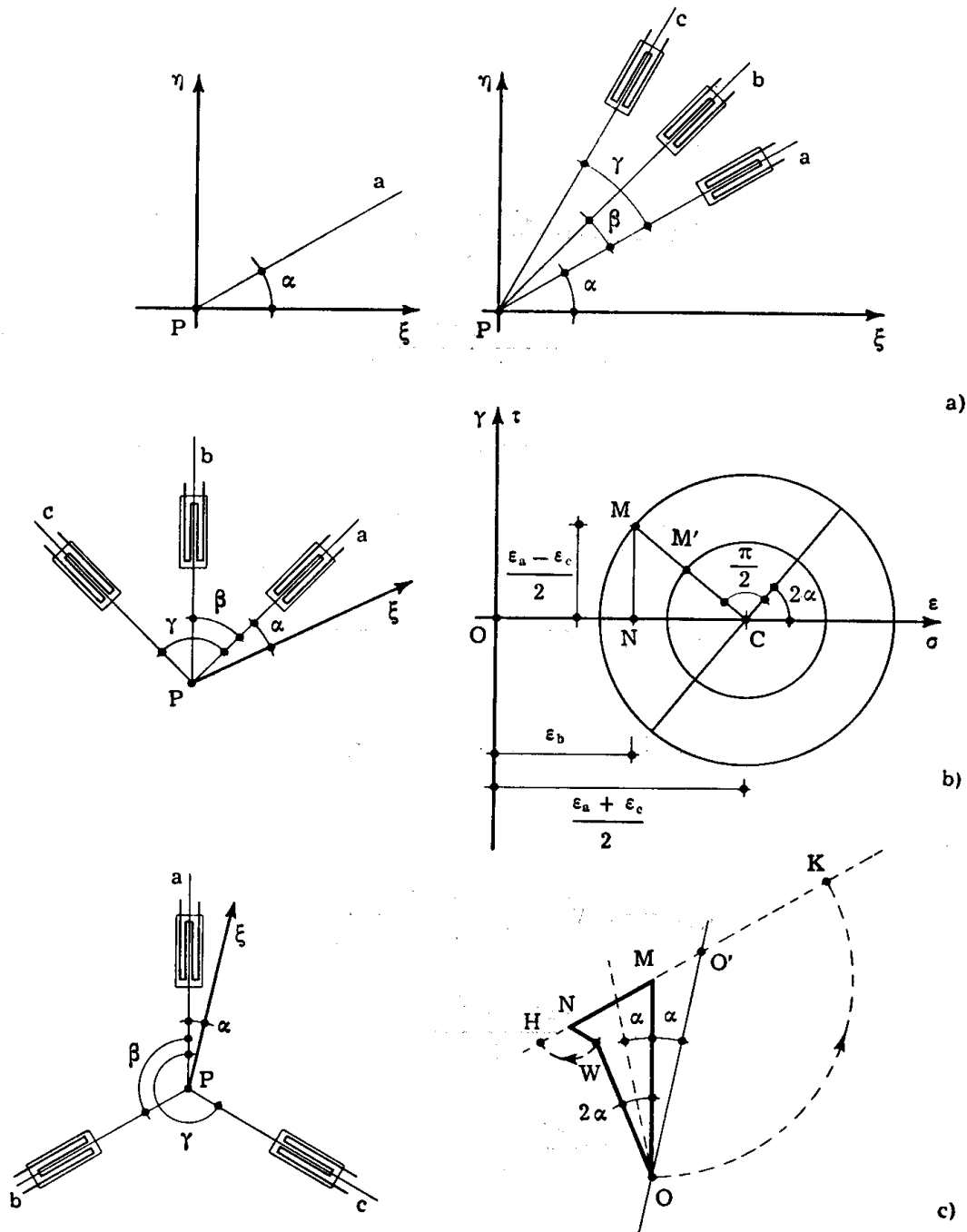


FIG. 11-96

La combinazione di tre estensimetri a resistenza prende il nome di *rosetta estensimetrica*. Gli angoli  $\beta$  e  $\gamma$  sono generalmente scelti in modo

da ottenere le (11-22) in forma semplificata, e spesso le resistenze sono già predisposte su di un supporto unico.

Per  $\beta = 45^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$  (*rosetta rettangolare*, fig. 11-96 b) si ha

$$\operatorname{sen} 2\beta = -\cos 2\gamma = 1$$

$$\cos 2\beta = \operatorname{sen} 2\gamma = 0,$$

e, sostituendo nelle (11-22),

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\varepsilon_a - 2\varepsilon_b + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}$$

$$q = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{\operatorname{sen} 2\alpha + \cos 2\alpha} \quad (23)$$

$$p = \varepsilon_a - q \cos 2\alpha.$$

Per  $\beta = 60^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$  (*rosetta a  $\Delta$  od equilatera*) è

$$\operatorname{sen} 2\beta = -\operatorname{sen} 2\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 2\beta = \cos 2\gamma = -\frac{1}{2},$$

quindi

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \sqrt{3} \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_b}{2\varepsilon_a - \varepsilon_b - \varepsilon_c}$$

$$p = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c}{3}$$

$$q = \frac{\varepsilon_a - p}{\cos 2\alpha}.$$

In entrambi i casi la conoscenza dei parametri  $p, q$  consente di tracciare nel riferimento  $\varepsilon, \gamma$ , un cerchio delle deformazioni analogo a quello di Mohr relativo alle tensioni;  $p$  e  $q$  rappresentano rispettivamente l'ascissa del centro ed il raggio del cerchio. Per le rosette rettangolari, la costruzione si semplifica, poichè non è più necessario determinare le quan-

tità  $p, q$ . Infatti l'ascissa del centro  $C$  del cerchio (fig. 11-96 b), come risulta dalle (11-23), è fornito da

$$\overline{OC} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2}$$

è l'estremo  $M$  dell'ordinata  $NM = 1/2 (\varepsilon_a - \varepsilon_c)$ , riportata all'ascissa  $\varepsilon_b$ , determina un punto del cerchio delle deformazioni; le direzioni principali sono definite dalla perpendicolare a  $CM$ , che forma un angolo  $2\alpha$  con l'asse delle  $\varepsilon$ . Sovrapponendo al riferimento  $\varepsilon, \gamma$  quello  $\sigma, \tau$ , il cerchio delle tensioni può essere tracciato con raggio.

$$\overline{CM'} = \frac{m-1}{m+1} \overline{CM} ;$$

le ascisse e le ordinate si leggono nella scala  $\frac{mE}{m-1} S_d$ , se  $S_d$  è quella adoperata per disegnare il cerchio delle deformazioni.

Nella fig. 11-96 c, è riportata una costruzione che si utilizza nel caso della rosetta a stella ( $\beta = 120^\circ$ ;  $\gamma = 240^\circ$ ). Tracciato il segmento  $\overline{OM} = \varepsilon_a$ , parallelo all'asse dell'estensimetro che misura nella direzione  $a$  ed equiverso o meno a seconda che sia  $\varepsilon_a \geq 0$ , si costruiscono nello stesso modo  $\overline{MN} = \varepsilon_b$  ed  $\overline{NW} = \varepsilon_c$ ; dalla composizione vettoriale si ottiene

$$\overline{OW} = \frac{3}{2} q . \quad (24)$$

Costruito poi il segmento  $\overline{HK} = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c$ , si ricava

$$\overline{HK} = 3 p ,$$

che insieme alla (11-24) fornisce, mediante le (11-21), le dilatazioni principali  $\varepsilon_\xi, \varepsilon_\eta$ . La retta  $OO'$ , simmetrica rispetto ad  $OM$  della bisettrice dell'angolo  $\widehat{WOM}$ , è parallela alla direzione principale  $\xi$ .

In fig. 11-97 a, b, c sono riportate tre disposizioni di *strain-gage* relative a prove di laboratorio: ordinatamente, una coppia rettangolare di estensimetri, una rosetta rettangolare ed una equilatera.

Una tecnica di misura molto recente si basa sull'uso di estensimetri foto-incisi. Il tracciato dell'elemento è ottenuto con procedimento fotografico, a partire da fogli in lega speciale (*advance, costantana*) laminati con alta precisione fino allo spessore di circa  $4 \mu$  che, aggiunto a quello del supporto di plastica, conferisce all'estensimetro lo spessore complessivo

di 0,02 mm, favorevole ad un contatto perfetto con la superficie del corpo da studiare ed alla precisione di misura, specialmente nel caso di prove di flessione su modelli sottili. Il tracciato può essere molto vario ed

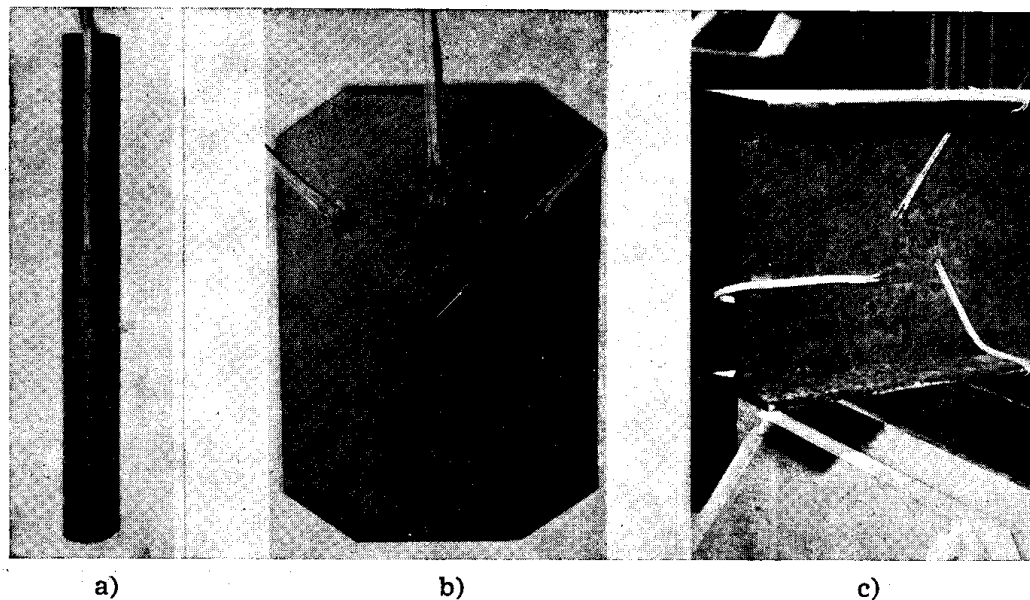


FIG. 11-97

è autocompensato, essendo praticamente costante con la temperatura la resistenza elettrica delle leghe che lo costituiscono. Le caratteristiche geometriche di questi estensimetri (*Budd*) si rilevano dalla fig. 11-98 che ri-

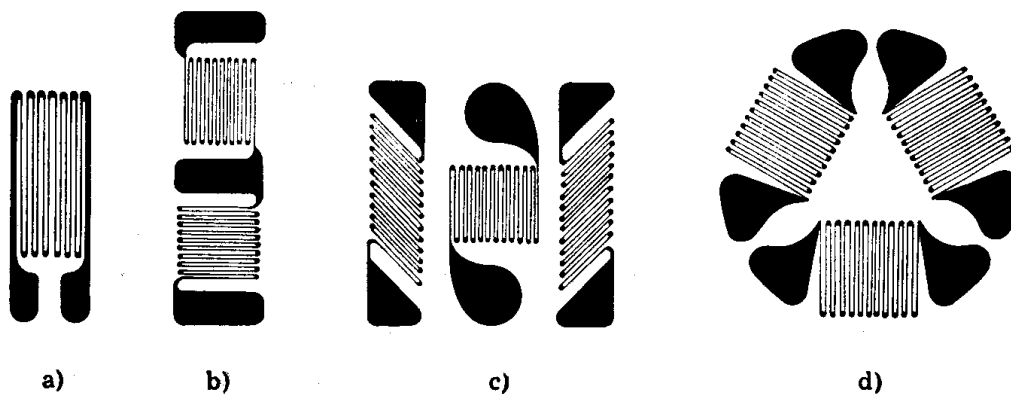


FIG. 11-98

porta, notevolmente ingranditi, l'estensimetro singolo e quello a due elementi a  $90^\circ$  (fig. 11-98 a, b) e due tipi di rosette, una rettangolare, l'altra a  $\Delta$  (fig. 11-98 c, d); nella versione in miniatura, gli estensimetri di questo tipo hanno dimensioni di qualche millimetro.

In fig. 11-99 è riportato lo schema di principio di un dispositivo per misure estensimetriche (*centrale estensimetrica*). Il generatore di corrente alternata A alimenta il ponte costituito dalle due resistenze B, una delle quali regolabile per l'azzeramento, e dai due estensimetri C, D. Nelle realizzazioni pratiche, è possibile collegare, ai morsetti di ingresso della centrale, più estensimetri, per eseguire letture relative a diversi punti di misura; generalmente, infatti, l'apparecchio è dotato di un sistema di commu-

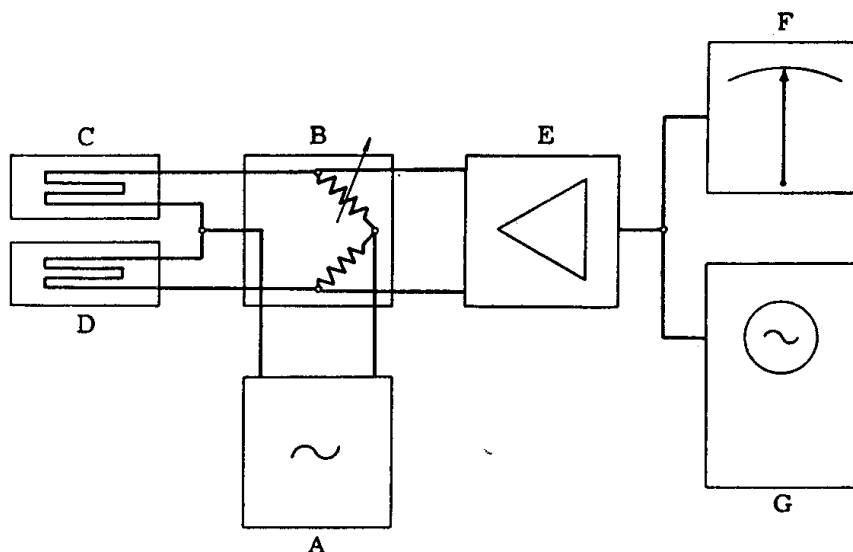


FIG. 11-99

tazione rapida degli estensimetri collegati. Il segnale di uscita viene amplificato in E ed inviato all'apparecchio di misura F.

Molte centrali estensimetriche sono predisposte per eseguire rilievi nel campo delle deformazioni dinamiche; in questo caso, l'apparecchio F per misure statiche viene escluso, e l'uscita dell'amplificatore E viene commutata su di un oscillografo G, generalmente dotato di apparecchio di rilevamento fotografico, o su di un registratore, ad esempio a penna scrivente. In entrambi i casi, la misura fornisce il grafico della legge  $\epsilon(t)$ .

## BIBLIOGRAFIA

Testi fondamentali di teoria dell'elasticità (cap. da 1 a 7)

1. LOVE A. E. H.: *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Dover Publications, New York, 1944.
2. MUSKHELISHVILI N. I.: *Some basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*. P. Noordhoff Ltd. Groningen, 1953 (tradotto dal russo).
3. MUSKHELISHVILI N. I.: *Singular Integral Equations*. P. Noordhoff Ltd. Groningen, 1953 (tradotto dal russo).
4. TIMOSHENKO S. e GOODIER J. N.: *Theory of Elasticity* (2<sup>a</sup> ed.). Mc Graw Hill Book Company, New York, 1951.
5. PRAGER W.: *Introduction to Mechanics of Continua*. Mc Ginn and Company. Boston, 1961.
6. SOKOLNIKOFF I. S.: *Mathematical Theory of Elasticity*. Mc Graw Hill Book, Company, New York, 1956.

Il testo del Love ed il primo del Muskhelishvili possono considerarsi come i classici della teoria elastica; il secondo del Muskhelishvili è prezioso nello studio delle situazioni piane in domini pluriconnessi, nonchè dei casi di contatto.

L'opera del Timoshenko, di esemplare limpidezza, si raccomanda particolarmente a chi si interessi di problemi piani. Questi ultimi trovano pure buona trattazione, sul piano pratico, nella parte « Die Silobauten » scritta da F. Dischinger alla pag. 1451 del Taschenbuch für Bauingenieure di F. Schleicher (Springer, Berlino, ristampa 1949), e nel secondo volume di « Die Statik im Eisenbetonbau » di K. Beyer (Springer, Berlino, 1934).

Il testo italiano principe che tratta della teoria dell'elasticità è

7. CESÀRO E.: *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*. Bocca, Torino, 1894.

Un'ottima trattazione sintetica è nel

8. KRALL G.: *Meccanica tecnica delle vibrazioni*. Vol. II, Cap. 8, Zanichelli, Bologna, 1940.

Opera autorevole è quella di

9. RICCI C. L.: *Meccanica applicata alle costruzioni*. Editrice Politecnica, Napoli, 1942.

Altre pregevoli esposizioni si trovano nelle seguenti opere:

10. GALLI A.: *Lezioni di Scienza delle Costruzioni*. Vol. I, Pellerano e Del Gaudio, Napoli, 1954.
11. BELLUZZI O.: *Scienza delle Costruzioni*. Vol. III, Cap. 25°, Zanichelli, Bologna, 1947.
12. DONATO L. F.: *Lezioni di Scienza delle Costruzioni*. Parte I, Colombo Corsi, Pisa, 1955.
13. COLONNETTI G.: *La statica delle costruzioni*. Vol. I, UTET, Torino, 1928.

Una sintesi dotata di acute osservazioni e di una buona bibliografia è quella di

14. STABILINI L.: *Tecnica delle Costruzioni*. Vol. I, Cap. 1°, Tamburini, Milano, 1956.

Indispensabile poi per lo studioso più esigente la lettura del volume

15. BONVICINI D. e DALL'AGLIO B.: *La teoria dell'elasticità*. Oderisi, Gubbio, 1961.

Con riferimento al Cap. 3, si consiglia la nota

16. SPARACIO R.: *Il cerchio di Mohr del tensore simmetrico del secondo ordine*. Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat., Napoli, 1958.

Una acuta disamina dei vincoli con attrito è contenuta nelle note

17. RENZULLI T.: *Il problema dell'equilibrio elastico in presenza di attrito nei vincoli*. Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat., Napoli, 1958.
18. RENZULLI T.: *Il comportamento delle strutture elastiche in presenza di attriti nei vincoli*. L'Ingegnere, Roma, 1963.

Lo studio sistematico della lastra con l'aiuto del calcolatore elettronico (Cap. 6) è contenuto, assieme alla risoluzione di numerosi casi particolari, nelle monografie

19. ADRIANI L. e MACERI F.: *In tema di lastre piane*. Atti della Fondazione Politecnica, Napoli, 1964.
20. ADRIANI L. e MACERI F.: *Un problema piano di tensioni: risoluzioni alle differenze finite*. Quaderno n. 4 della Fondazione Politecnica, Napoli, 1964.

Sui casi in cui il principio di Kirchhoff cade in difetto si suggeriscono le note:

21. RENZULLI T.: *Configurazione di equilibrio di una trave caricata di punta*. L'Ingegnere, Roma, 1961.
22. AUGUSTI G.: *Stabilità di strutture elastiche elementari in presenza di grandi spostamenti*. Atti dell'Acc. Sc. Fis. e Mat., Napoli, 1964.

Per quanto riguarda le distorsioni, si consigliano i libri:

23. LEVI F. e PIZZETTI G.: *Fluage, Plasticité, Précontrainte*. Dunod, Parigi, 1951.
24. COLONNETTI G.: *Scienza delle Costruzioni*. Einaudi, Torino, 1941.

Sullo stesso argomento si può consultare:

25. FRANCIOSI V.: *Le deformazioni permanenti sotto carico costante nelle strutture in conglomerato cementizio*. Rend. del Corso di Perfezionamento per il c.a. Tamburini, Milano, 1958.



26. FRANCIOSI V.: *Introduzione alla cosiddetta viscosità*. Rend. del Corso di Perfezionamento per il c.a. Tamburini, Milano, 1960.
27. FRANCIOSI V.: *Le coazioni nei riguardi dei ponti*. Rend. del Corso di Perfezionamento per il c.a. Tamburini, Milano, 1961.
28. FRANCIOSI V.: *Il principio di equivalenza nelle strutture monodimensionali soggette a distorsioni concentrate*. Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat., Napoli, 1953.
29. BRUZZESE E.: *Le distorsioni nella tecnica: la precompressione*. Ingegneri, Napoli, 1961.

Per lo studio del potenziale elastico (Cap. 8) si consigliano, oltre al (2) e al (24), la nota di

30. RAITHEL A.: *I teoremi del lavoro in campo elastico*. L'Ingegnere, Roma, 1960. dalla quale sono state tratte le derivazioni sintetiche dei teoremi energetici.

Da consultare anche

31. SPARACIO R.: *Generalizzazione del teorema di Castigliano*. Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat., Napoli, 1957.

In tema di criteri di resistenza (cap. 9) sono basilari

32. NÁDAI A.: *Theory of flow and fracture of solids*. Mc Graw Hill Book Company. Vol. I e II, New York, 1950 e 1963.
33. STASSI D'ALIA F.: *Teoria della plasticità e sue esplicazioni*. Denaro, Palermo, 1958.

Molto interessante pure la monografia

34. D'AGOSTINO S.: *Sul criterio della massima tensione tangenziale ottaedrale*. Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat., Napoli, 1961.

Consultare poi:

35. FRANCIOSI V.: *In tema di criteri di plasticizzazione*. L'Ingegnere, Roma, 1960.
36. ADRIANI L.: *Una proposta in tema di criteri di plasticizzazione*. Rend. Celebr. Archimedee, Siracusa, 1961.

Per la resistenza dei terreni (cap. 10) è fondamentale l'opera:

37. TERZAGHI K. e PECK R. B.: *Soil Mechanics in Engineering Practice*. J. Wiley, New York, 1948.

Molto utile anche la lettura del

38. CESTELLI GUIDI C.: *Meccanica del terreno. Fondazioni. Opere in terra*. 5ª ed., Hoepli, Milano, 1964.

Una vastissima trattazione delle macchine e dei metodi di prova (Cap. 11), con ottima bibliografia, è contenuta in

39. L'HERMITE R.: *Méthodes générales d'essai et de contrôle en laboratoire*. Vol. I, Ed. Eyrolles, Parigi, 1959.

# I N D I C E

## CAPITOLO I

### SPOSTAMENTI E DEFORMAZIONI DEI MEZZI CONTINUI

1. Generalità . . . . .	<i>pag.</i>	1
2. Componenti dello spostamento . . . . .	»	4
3. Componenti degli spostamenti rigidi . . . . .	»	8
4. Corrispondenza tra le configurazioni di un volume elementare prima e dopo l'intervento di un insieme di spostamenti . . . . .	»	12
5. Le componenti della deformazione nell'ipotesi di piccoli spostamenti . . . . .	»	18
6. Espressioni di $\epsilon_{\alpha\alpha}$ e $\gamma_{\alpha\beta}$ generici in funzione delle componenti di deformazione, nell'ipotesi di piccoli spostamenti . . . . .	»	22
7. Deformazione pura . . . . .	»	25
8. Quadriche delle deformazioni . . . . .	»	27
9. Ricerche delle direzioni principali e delle tre dilatazioni principali . . . . .	»	31
10. Le quadriche di deformazione in presenza di spostamenti non piccoli . . . . .	»	34
11. Componenti del secondo ordine delle deformazioni . . . . .	»	37
12. Determinazione dei valori esatti delle dilatazioni rispetto a qualsiasi retta, nonchè delle componenti della deformazione, in funzione dei valori delle derivate prime di $u, v, w$ nel punto . . . . .	»	39
13. Stati piani di deformazione . . . . .	»	43
14. Dilatazione cubica . . . . .	»	48
15. Le condizioni di congruenza interna delle componenti della deformazione . . . . .	»	51
16. Alcuni richiami . . . . .	»	58

## CAPITOLO II

### ANALISI DELLO STATO TENSIONALE

1. Definizione di tensione. Componenti cartesiane e speciali della tensione . . . . .	<i>pag.</i>	64
2. Equazioni ai limiti; equazione di Cauchy . . . . .	»	69
3. Equazioni indefinite dell'equilibrio e proprietà di simmetria delle tensioni tangenziali . . . . .	»	71
4. Espressione della componente normale in funzione delle componenti speciali . . . . .	»	77
5. Quadriche delle tensioni . . . . .	»	78

6. Ricerca delle direzioni principali di tensione e delle tensioni principali . . . . .	<i>pag.</i>	80
7. Stati piani di tensione . . . . .	»	82
8. Il cerchio di Mohr . . . . .	»	90
9. I cerchi principali di Mohr . . . . .	»	99
10. L'utilizzazione dei cerchi principali di Mohr per la conoscenza dello stato tensionale su un elemento piano generico . . . . .	»	106
11. Il caso particolare di due tensioni principali uguali; lo stato tensionale monoassiale . . . . .	»	110
12. Le linee isostatiche . . . . .	»	112

## CAPITOLO III

**OMOGRAFIE VETTORIALI E TENSORI . . . . . » 115**

## CAPITOLO IV

**RELAZIONI TRA LE COMPONENTI  
DI DEFORMAZIONE E DI TENSIONE**

1. Materiali elastici. Legge di Hooke . . . . .	<i>pag.</i>	122
2. L'ipotesi di isotropia . . . . .	»	124

## CAPITOLO V

**EQUAZIONI DELL'EQUILIBRIO ELASTICO  
PER I CORPI ELASTICI ISOTROPI  
PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI  
PRINCIPIO DI KIRCHHOFF**

1. Equazioni di Cauchy dell'equilibrio elastico . . . . .	<i>pag.</i>	134
2. Equazioni di Beltrami dell'equilibrio elastico . . . . .	»	140
3. Principio di sovrapposizione degli effetti . . . . .	»	144
4. Principio di Kirchhoff . . . . .	»	145
5. Le equazioni di Cauchy e di Beltrami in presenza di distorsioni . . . . .	»	149
6. I casi in cui il principio di Kirchhoff cade in difetto . . . . .	»	152

## CAPITOLO VI

**STATI PIANI DI TENSIONE E DI DEFORMAZIONE**

1. Stati piani di tensione . . . . .	<i>pag.</i>	157
2. Stati piani di deformazione . . . . .	»	161
3. La funzione di Airy . . . . .	»	166
4. La lastra trave . . . . .	»	171
5. La risoluzione del problema della lastra rettangolare attraverso espressioni polinomiali . . . . .	»	181

6. La risoluzione del problema della lastra rettangolare attraverso sviluppi in serie trigonometriche . . . . .	<i>pag.</i>	192
7. Il problema della lastra-parete (silos) . . . . .	»	202
8. La determinazione della funzione $\Phi$ attraverso il procedimento delle differenze finite . . . . .	»	210

## CAPITOLO VII

**I SISTEMI BIDIMENSIONALI IN COORDINATE POLARI**

1. Generalità . . . . .	<i>pag.</i>	229
2. Componenti della deformazione in coordinate polari . . . . .	»	231
3. Equazione di congruenza . . . . .	»	234
4. Equazioni di equilibrio e relazioni di Navier . . . . .	»	235
5. La funzione di Airy in coordinate polari . . . . .	»	237
6. Stati tensionali indipendenti dall'anomalia . . . . .	»	238
7. La lastra circolare soggetta a pressione uniforme . . . . .	»	241
8. Flessione pura in travi di sezione rettangolare a forte curvatura . . . . .	»	244
9. Lastra con foro circolare . . . . .	»	248
10. Il problema di Boussinesq nel piano . . . . .	»	253
11. Il problema del cuneo . . . . .	»	259

## CAPITOLO VIII

**L'ENERGIA DI DEFORMAZIONE**

1. Il lavoro delle forze esterne . . . . .	<i>pag.</i>	262
2. La trasformazione inversa . . . . .	»	264
3. La trasformazione chiusa . . . . .	»	266
4. Energia elastica o energia di deformazione; lavoro perduto . . . . .	»	267
5. I sistemi conservativi . . . . .	»	268
6. I sistemi non conservativi . . . . .	»	269
7. La funzione potenziale elastica . . . . .	»	272
8. Il potenziale elastico . . . . .	»	275
9. Il potenziale elastico nei materiali ad elasticità lineare . . . . .	»	279
10. L'energia vincolata . . . . .	»	283
11. Il lavoro complementare . . . . .	»	286
12. Il teorema di Clapeyron . . . . .	»	289
13. Il teorema di Betti . . . . .	»	291
14. Il teorema di Volterra . . . . .	»	292
15. La derivazione sintetica dei teoremi energetici . . . . .	»	293
16. Variazione dell'energia di deformazione . . . . .	»	298

## CAPITOLO IX

**CRITERI DI RESISTENZA**

1. La condizione di plasticizzazione e il coefficiente di sicurezza . . . . .	<i>pag.</i>	300
2. Le prove di laboratorio su cui si basano i criteri di resistenza . . . . .	»	305
3. Gli adattamenti plastici . . . . .	»	315

4. Criterio di Beltrami . . . . .	<i>pag.</i>	323
5. Criterio di Huber . . . . .	»	337
6. Criterio di Hencky e V. Mises . . . . .	»	342
7. Il criterio di Hencky e V. Mises come criterio della tensione tangenziale ottaedrale . . . . .	»	343
8. Il criterio di Stassi D'Alia . . . . .	»	346
9. Criterio di Grashof . . . . .	»	354
10. Criterio di Grashof modificato alla Hencky . . . . .	»	364
11. Criterio di Tresca-De Saint Venant . . . . .	»	365
12. Criterio della curva intrinseca o di Mohr-Caquot . . . . .	»	369
13. I quadri fessurativi degli edifici . . . . .	»	392
14. Considerazioni sui criteri di resistenza . . . . .	»	400
15. La legge dello scorrimento plastico . . . . .	»	406

## CAPITOLO X

**MECCANICA DEL TERRENO**

1. La curva intrinseca delle terre . . . . .	<i>pag.</i>	408
2. Stati limiti di equilibrio dei terreni . . . . .	»	412
3. La spinta delle terre . . . . .	»	424
4. Piano limite del terreno inclinato . . . . .	»	428
5. Superficie limite del terreno di forma qualsiasi . . . . .	»	435
6. La spinta delle terre in presenza di superficie limite del terreno qualunque, e di manufatto con parete non verticale . . . . .	»	436
7. Influenza dell'attrito tra muratura e terreno . . . . .	»	439
8. Effetto di falda . . . . .	»	445
9. Terreni stratificati . . . . .	»	448
10. Verifica allo slittamento . . . . .	»	449
11. Il caso della curva intrinseca qualsiasi . . . . .	»	450

## CAPITOLO XI

**MACCHINE DI PROVA PER MATERIALI DA COSTRUZIONE  
APPARECCHI PER LA MISURA DI SPOSTAMENTI  
E DI DEFORMAZIONI**

1. Generalità sulle prove di laboratorio e sulle macchine di prova . . . . .	<i>pag.</i>	454
2. Generatori del carico di prova. Martinetti . . . . .	»	461
3. Organi di misura del carico applicato (dinamometri) . . . . .	»	467
4. Organi per la trasmissione del carico al provino . . . . .	»	485
5. Macchine di prova universali . . . . .	»	499
6. Macchine di trazione, presse, macchine di flessione . . . . .	»	506
7. Macchine per prove di viscosità . . . . .	»	519
8. Apparecchi di taratura . . . . .	»	528
9. Macchine di torsione . . . . .	»	534
10. Macchine per prove di durezza . . . . .	»	537
11. Macchine per prove d'urto . . . . .	»	542
12. Macchine per prove di fatica . . . . .	»	547
13. Apparecchi di misura degli spostamenti e delle deformazioni . . . . .	»	556