

CAPITOLO XIV

ALTRE SOLLECITAZIONI COMPOSTE

Per esaurire i casi particolari del problema di Saint-Venant che hanno interesse dal punto di vista applicativo esamineremo ancora le seguenti sollecitazioni composte :

forza normale e torsione,
taglio, flessione e torsione,
forza normale, flessione e taglio.

Senza preoccuparci per ora dell'eventuale variazione delle caratteristiche della sollecitazione in funzione di z , supporremo assegnate quelle relative ad una data sezione retta del cilindro. Analizzeremo quindi lo stato di tensione nei punti di tale sezione, in particolare quello dei punti più cimentati.

97 — Forza normale e torsione.

Supponiamo il cilindro a sezione retta circolare o anulare, e siano N ed M_o le sole caratteristiche non nulle della sezione in esame.

La forza N dà origine alla tensione normale $\sigma_x = N/A$, costante in tutti i punti della sezione (fig. 90); il momento torcente genera invece la tensione tangenziale $\tau_x = M_o r/J_o$, proporzionale al raggio r che unisce il punto considerato al centro della sezione, e diretta ortogonalmente a tale raggio.

I punti maggiormente cimentati sono perciò quelli situati sul contor-

no. Se — senza nuocere alla generalità del ragionamento — prendiamo in esame tra essi quello E , appartenente all'asse y positivo (fig. 91), le componenti speciali di tensione diverse da zero si ridurranno alle due:

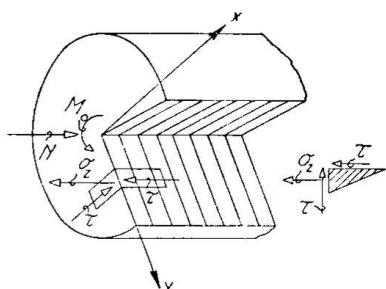


Fig. 90

$$(358) \quad \sigma_x = \sigma = \frac{N}{A} \quad , \quad \tau_{xy} = \tau = \frac{M_o r}{J_o} \quad ,$$

con r uguale ora al raggio del contorno. Tenuto inoltre conto che y è una delle direzioni principali del punto ⁽⁴⁾, lo stato di tensione in esso può essere rappresentato mediante il circolo di Mohr relativo al piano xy .

In figura sono determinate le direzioni e le tensioni principali, le quali ultime hanno la solita forma:

$$(359) \quad \left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \quad .$$

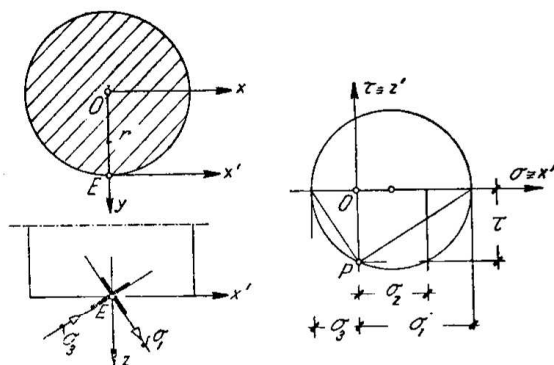


Fig. 91

98 — Taglio, flessione e torsione.

La sezione, che supponiamo ancora circolare o anulare, sia soggetta alle caratteristiche della sollecitazione T, M, M_o (fig. 92).

La tensione tangenziale imputabile al taglio, nulla agli estremi C, D , del diametro coincidente con l'asse di sollecitazione y , assume il valore massimo approssimato $\tau_t = \max \bar{\tau}_x = TS_o/Jb_o$, sull'asse neutro, cioè sul diametro AB normale alla direzione y del taglio. Per la sezione circolare è notoriamente (323) (fig. 95, a):

$$(360) \quad \tau_t = \frac{4}{3} \frac{T}{\pi r^2} \quad ,$$

mentre per la sezione anulare limitata da contorni r ed $r\varphi$ (con $\varphi < 1$) si trova facilmente:

$$(360') \quad \tau_t = \frac{4}{3} \frac{T}{\pi r^2} \frac{1 - \varphi^3}{(1 - \varphi)(1 - \varphi^4)} \quad .$$

(4) - Più generalmente per un punto qualunque della sezione può dirsi che la direzione del raggio passante per esso è principale; la tensione che spira secondo tale direzione essendo in ogni caso nulla, lo stato di tensione è biassiale, come quello relativo alla torsione semplice.

Il momento M dà luogo ad una tensione normale nulla sul diametro AB e rispettivamente massima o minima $\sigma' = -\sigma'' = Mr/J$ nei punti C e D del diametro situato sull'asse di sollecitazione. Per le sezioni circolare ed anulare avremo pertanto rispettivamente (fig. 92, b):

$$(361) \quad \sigma' = -\sigma'' = \frac{4M}{\pi r^3}, \quad \sigma' = -\sigma'' = \frac{4M}{\pi r^3} \frac{1}{1-\varphi^4}.$$

Infine il momento torcente dà luogo alla nota distribuzione tangenziale proporzionale al raggio, con il massimo assoluto $\tau_2 = M_o r/2J$ sul contorno di raggio r , e cioè, ordinatamente per le due sezioni già considerate (fig. 92, c):

$$(362) \quad \tau_2 = \frac{2M_o}{\pi r^3}, \quad \tau_2 = \frac{2M_o}{\pi r^3} \frac{1}{1-\varphi^4}.$$

Sovrapponendo gli effetti delle tre caratteristiche, risultano più cimentati:

a) quello dei punti A e B dove si sommano numericamente le tensioni tangenziali massime τ_1 e τ_2 ; si tratta dell'uno o dell'altro punto secondo che i segni di T e di M_o siano concordanti o meno: nel primo caso la massima tensione tangenziale agisce in B , nel secondo in A . Tale valore massimo, non accompagnato da tensione normale, ha l'espressione:

$$\tau = \frac{r}{J_o} \left(\frac{TS_o}{r^2} + M_o \right),$$

la quale fornisce, rispettivamente per le sezioni circolare e anulare:

$$(363) \quad \tau = \frac{2}{\pi r^3} \left(\frac{2}{3} T_r + M_o \right), \quad \tau = \frac{2}{\pi r^3 (1-\varphi^4)} \left(\frac{2}{3} T_r \frac{1-\varphi^3}{1-\varphi} + M_o \right);$$

b) i punti C e D , dove agiscono le tensioni normali massime (361) dovute alla flessione, e la tensione tangenziale massima (362) prodotta dalla torsione.

La sollecitazione composta di taglio, flessione e torsione interessa particolarmente lo studio degli alberi portanti. Se il contributo di tensione tangenziale dovuto al taglio è piccolo, come in generale accade negli

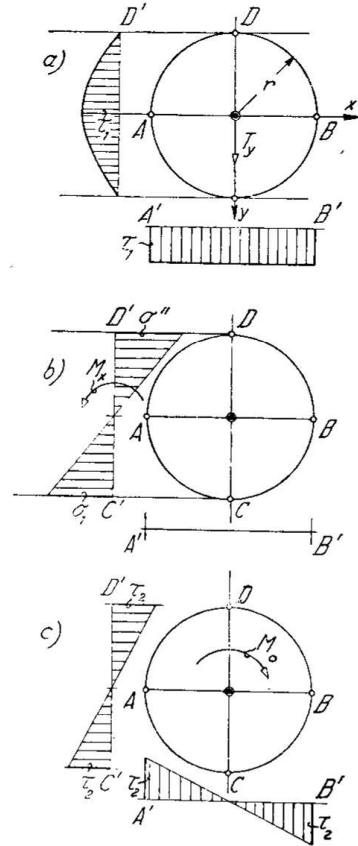


Fig. 92

alberi snelli, interessa lo stato di tensione nei punti *C* e *D* (flessione e torsione); se invece il taglio è relativamente grande, com'è frequente negli alberi tozzi, interessa lo stato di tensione del punto *B* o quello del punto *A* (taglio e torsione).

99 — Forza normale, flessione e taglio.

La sezione del cilindro abbia ora forma qualunque e le sue caratteristiche della sollecitazione diverse da zero siano una forza normale N , un momento flettente $M = M_{x_0}$ ed un taglio $T = T_{y_0}$.

Flessione e forza normale danno luogo alla nota distribuzione lineare di tensioni normali caratterizzata da tensioni in grado di estremo (fig. 93):

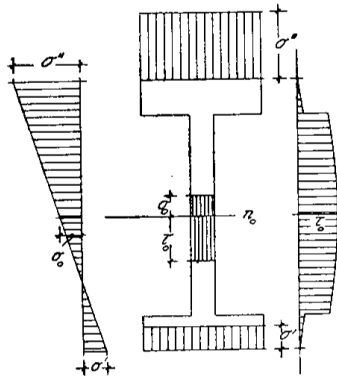


Fig. 93

$$\sigma' = \frac{N}{A} + \frac{M y'}{J} \quad , \quad \sigma'' = \frac{N}{A} - \frac{M y''}{J}$$

sugli elementi più lontani dall'asse di flessione pura $n_0 \equiv x_0$.

Per lo stato di tensione dovuto al taglio va tenuta presente l'osservazione finale del n° 82 circa l'opportuna scelta delle componenti del taglio onde ottenere una buona approssimazione.

In particolare per le sezioni delle forme più comuni e per taglio agente secondo un asse principale d'inerzia, come nel caso della figura, la tensione tangenziale è nulla o trascurabile laddove è massima la tensione normale; raggiunge, secondo la trattazione approssimata, il noto massimo $\tau_0 = TS_0/J_0$ sull'asse n_0 , dove la tensione normale simultanea ha il valore medio $\sigma_0 = N/A$. Gli elementi più cimentati della sezione sono allora quelli più lontani dall'asse neutro (forza normale, flessione ed eventualmente taglio) e quelli situati su quest'asse (forza normale e taglio).