

**Dott. Ing. GUSTAVO COLONNETTI**

Professore stabile di Meccanica tecnica superiore  
nella R. Scuola d'Ingegneria di Torino

# LA STATICA DELLE COSTRUZIONI

VOLUME PRIMO

Principi di statica dei solidi elastici  
e loro applicazione  
alla determinazione delle reazioni dei vincoli

Con 33 tavole e 172 figure nel testo

*NUOVA EDIZIONE INTERAMENTE RIFATTA*



TORINO

UNIONE TIPOGRAFICO-EDITRICE TORINESE

*(già Fratelli Pomba Libraij in Principio della Contrada di Po - 1786)*

1928

---

## PREFAZIONE ALLA PRIMA EDIZIONE

Nel redigere queste pagine ho attinto largamente a tutti i più noti trattati di teoria matematica dell'elasticità: dalla classica opera del CLEBSCH, così sapientemente rimangiata da BARRÉ DE SAINT-VENANT <sup>(1)</sup>, a quelle, più moderne, del MATHIEU, del DUHEM, del POINCARÉ, del LOVE, del CESARÓ, del MARCOLONGO, ecc. <sup>(2)</sup>.

Questo, che io pubblico, non è però, nè vuol essere, un trattato completo della materia.

Devo anzi avvertire subito che nella scelta, come nello svolgimento dei singoli argomenti, e più ancora nell'apprezzamento della loro importanza relativa, mi sono sempre preoccupato assai più delle esigenze speciali dell'inge-

---

<sup>(1)</sup> *Théorie de l'élasticité des corps solides* de CLEBSCH, traduite par MM. BARRÉ DE SAINT-VENANT et FLAMANT, Paris, 1883.

<sup>(2)</sup> MATHIEU E., *Théorie de l'élasticité des corps solides*, Paris, 1890.

DUHEM P., *Hydrodynamique, élasticité, acoustique* (litogr.), Paris, 1891.

POINCARÉ H., *Leçons sur la théorie de l'élasticité*, Paris, 1892.

LOVE A. E. H., *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, Cambridge, 1892; una recente traduzione tedesca di A. TIMPE ha per titolo: *Lehrbuch der Elastizität*, Leipzig, 1907.

CESARÓ E., *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*, Torino, 1894.  
MARCOLONGO R., *Teoria matematica dello equilibrio dei corpi elastici*, Milano, 1904.

gnere che non di quelle dello studioso di fisica matematica.

In realtà nelle opere che ho citate il problema dell'equilibrio elastico è considerato da un punto di vista quasi esclusivamente teorico: l'ingegnere vi troverà ampiamente sviluppate certe parti che non hanno, per rispetto alle applicazioni, una grande importanza, mentre forse non vi troverà alcune delle formole più comunemente adoperate nella pratica, o quanto meno non le troverà nella forma che meglio si presta all'applicazione immediata <sup>(1)</sup>.

Non mancano, è vero, ispirati alle esigenze della tecnica, i trattati di scienza delle costruzioni i quali fanno precedere lo studio dei problemi pratici da una esposizione più o meno completa della teoria: basta citare, fra i più conosciuti, quelli del WINKLER, del GRASHOF, del MÜLLER-BRESLAU, del RITTER, del FÖPL, del CERADINI, del GUIDI <sup>(2)</sup>.

Ma, in queste, come in quasi tutte le opere che fanno testo nelle nostre scuole per gli ingegneri, pochissime eccezzuate <sup>(3)</sup>, il problema dell'equilibrio elastico si studia

<sup>(1)</sup> A proposito di questo, come anche di alcuni altri tra i rilievi che seguono, si confronti: ALMANZI E., *Introduzione alla scienza delle costruzioni*, Torino, 1901.

<sup>(2)</sup> WINKLER E., *Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit*, Prag, 1867.  
 GRASHOF F., *Theorie der Elasticität und Festigkeit*, Berlin, 1878.  
 MÜLLER-BRESLAU H. F. B., *Die neueren Methoden der Festigkeitslehre*, Leipzig, 1904 — *Die graphische Statik der Baukonstruktionen*, Leipzig, 1905-07.  
 RITTER W., *Anwendungen der graphischen Statik*, Zürich, 1888-1906.  
 FÖPPL A., *Technische Mechanik*, Leipzig, 1907-12.

CERADINI C., *Meccanica applicata alle costruzioni*, Milano, ed. Vallardi.

GUIDI C., *Lezioni sulla scienza delle costruzioni*, Torino, 1915.

<sup>(3)</sup> Notevole fra le eccezioni: CANEVAZZI S., *Meccanica applicata alle costruzioni*, Torino, 1889.

soltanto in un certo numero di casi particolari, partendo, per ciascuno di essi, da ipotesi speciali che si suppongono caso per caso verificate, e dalle quali si deducono, con opportuni procedimenti analitici o grafici, i risultati di cui l'ingegnere deve far uso nella pratica.

Ora un tal modo di trattar la questione presenta, insieme a qualche vantaggio, non pochi inconvenienti, e principalmente questo: che le ipotesi da cui si parte nello studio di ciascuno dei casi particolari appaiono come proprie di quel caso determinato, anche quando, come sovente accade, sono dotate di una generalità di gran lunga maggiore; esse per conseguenza lasciano lo studioso incerto sul loro vero valore, sulla loro reale portata: lo lasciano soprattutto privo di ogni indicazione relativamente alla via che egli dovrebbe seguire qualora gli si presentasse da risolvere un nuovo problema, sia pure della stessa natura.

Mi è quindi sembrato non inutile un libro in cui i principii teorici su cui poggia la scienza delle costruzioni fossero esposti, con chiarezza bensì e con semplicità di mezzi, ma in tutta la loro generalità, e con tutto il rigore possibile in questo genere di studii.

Della teoria matematica dell'elasticità il lettore troverà quindi in questo volume solo ciò che si ritiene strettamente indispensabile per chiaramente comprendere le applicazioni che di essa si fanno nella pratica.

Da tutte quelle discussioni il cui interesse è puramente speculativo mi sono rigorosamente astenuto; come mi sono astenuto dall'inoltrarmi in certe investigazioni, piene bensì di interesse anche pratico, ma che non hanno ancora raggiunto quel grado di perspicuità che occorre per dar loro un posto in un'opera di carattere elementare.

In certe teorie mi sono invece di proposito addentrato:

son quelle che, sebbene abbiano già ricevuto la più ampia sanzione dalla pratica, furono sempre dai matematici trascurate, forse perchè, introdotte da uomini intenti di preferenza alle applicazioni, furono da essi presentate e giustificate con procedimenti troppo sommarii, a volte anche assai discutibili.

Tali teorie, valendomi anche di studii miei, in parte già pubblicati (<sup>1</sup>), ho cercato, nella terza parte di questo volume, di inquadrare fra le altre, a tutti note, rivendicando per esse quel posto che, a mio giudizio, loro spetta.

Fin qui quanto alla scelta degli argomenti: quanto alle direttive seguite nel trattarli, ho già detto che mi sono sopra ogni cosa preoccupato di conferire alla discussione delle singole questioni la maggior possibile generalità.

Così per esempio ho introdotta fin dal principio la considerazione dei vincoli limitanti comunque la deformabilità del sistema: ed ho tenuta sempre presente, anche a costo di qualche lieve complicazione scritturale, la possibilità di deformazioni indipendenti dalle forze esterne, de-

---

(<sup>1</sup>) COLONNETTI G., *L'equilibrio elastico dal punto di vista energetico*. « *Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino* », serie II, tom. LXII (1911-12).

*Sul principio di reciprocità*. « *Rendic. della R. Accad. dei Lincei* », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXI (1<sup>o</sup> sem. 1912) ovvero anche: « *Giornale del Genio civile* », 1913.

*Introduzione teorica ad un corso di statica dei corpi elastici* (litogr.), Lezioni tenute nella R. Scuola Superiore Navale di Genova, novembre-dicembre 1912.

*Sulla teoria degli archi*. « *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* », vol. 48 (1913).

*Sulla teoria dei sistemi reticolari triplamente iperstatici*. « *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei* », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXII (2<sup>o</sup> sem. 1913).

*Sul secondo principio di reciprocità*. « *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* », vol. 50 (1915).

*Su di una reciprocità fra deformazioni e distorsioni*. « *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei* », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXIV (1<sup>o</sup> sem. 1915).

*Sulle distorsioni dei sistemi elastici piani più volte connessi*. « *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei* », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXIV (1<sup>o</sup> sem. 1915).

formazioni che del resto si presentano anche troppo frequentemente nelle costruzioni, in dipendenza di cedimenti anelastici dei vincoli, o di difetti di montaggio, o anche di semplici variazioni di temperatura.

Alle ipotesi generali su cui la teoria si fonda ho dato ovunque la maggiore importanza ed un corrispondente sviluppo; nè ho mancato di accennare alle ricerche sperimentali (<sup>1</sup>) che quelle ipotesi giustificano.

Le ipotesi semplificative che, in certe questioni, si rendono necessarie se si vuole arrivare a soluzioni traducibili in numeri, non ho introdotte se non dopo aver messa in evidenza la impossibilità pratica di farne senza. In ogni caso ho posta la massima cura nel far ben risaltare il carattere puramente approssimativo delle formole che da esse dipendono.

Questo procedimento non presenta, come forse a prima vista potrebbe credersi, difficoltà maggiori dell'altro che si compiace di isolare ogni singolo problema per poterlo impostare in modo da conferire alla sua soluzione una semplicità, che è assai più apparente che reale.

Chè anzi io spero che il lettore, se vorrà volentiersamente seguirmi sino in fondo, si convincerà che quel carattere di continuità che la trattazione viene in tal modo ad acquistare ha non soltanto il vantaggio di farne un corpo di dottrine assai più organico e razionale, ma contribuisce anche notevolmente a diminuire certe difficoltà ed a chiarire certi dubbii che sono inerenti alla natura stessa dell'argomento.

È questa del resto una questione di metodo la cui por-

---

(<sup>1</sup>) Le notizie sperimentali sono quasi tutte tratte dal WINKELMANN, *Handbuch der Physik*, I, Leipzig, 1908.

tata oltrepassa troppo i limiti del nostro argomento perchè sia il caso di discuterla qui: mi si consenta solo di accennare ad un'impressione che io ho sempre provata nei riguardi di molte divergenze che ad essa fanno capo: ingegneri e matematici studiano e lavorano troppo sovente ignorandosi a vicenda: e mentre gli uni si privano così in molti casi di quell'ausilio prezioso, di quel potente strumento d'indagine nel cui maneggio gli altri sono maestri, questi perdono non di rado l'occasione di *vedere* la teoria sotto certi aspetti che, per la loro connessione coi problemi pratici, meriterebbero la più viva attenzione.

Se, tra i giovani che mi leggeranno, qualcuno avesse, attraverso a queste pagine, ad intuire il pregio grande di una più stretta, ed intima, e voluta collaborazione fra *la teoria* e *la pratica*, e ne restasse invogliato ad indirizzare in conseguenza la sua attività di studioso, la modesta opera mia avrebbè, in un certo senso, già raggiunto il suo scopo.

Torino, Ottobre 1916.

G. COLONNETTI

## PREFAZIONE ALLA SECONDA EDIZIONE

Ristampo, dopo tanti anni, i miei *Principii di Statica dei solidi elastici* — la cui prima edizione era da tempo esaurita — col fermo, meditato proposito, di non scostarmi per nulla dalle direttive seguite nella prima compilazione.

Quel che ho scritto allora, nella Prefazione alla prima edizione, vuol dunque esser tenuto presente non soltanto da chi si accinge a leggere, o a rileggere, in queste pagine, più o meno rinnovato ed ampliato, il testo primitivo, ma anche da chi si propone di fermar più particolarmente la sua attenzione sui capitoli nuovi, su quelli, per esempio, in cui io ho cercato di riassumere — inserendoli nel grande quadro generale della teoria classica dell'elasticità — i più recenti studii, miei e di altri Autori, sulle distorsioni e sulle coazioni elastiche (<sup>1</sup>).

(<sup>1</sup>) COLONNETTI G., *Su certi stati di coazione elastica che non dipendono da azioni esterne*. « Rendiconti della R. Accad. dei Lincei », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXVI (2<sup>o</sup> sem. 1917).

*Su di una particolare classe di coazioni elastiche che si incontra nello studio della resistenza delle artiglierie*. « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXVII (2<sup>o</sup> sem. 1918).

*Una proprietà caratteristica delle coazioni elastiche nei solidi elasticamente*



Questo volume non è però più destinato, questa volta, a rimanere isolato.

Preceduto dal volumetto su *I fondamenti della Statica* che, con gli stessi tipi dell'Unione Tipografico-Editrice Torinese, ho pubblicato l'anno scorso, esso sarà al più presto seguito da altri volumi nei quali i più interessanti problemi della statica delle costruzioni verranno ad uno ad uno discussi da un punto di vista pratico, ad uso dei tecnici.

Mi è quindi sembrato necessario dare fin d'ora un più ampio sviluppo a quella teoria delle linee d'influenza di cui nella moderna scienza delle costruzioni si fa così largo uso, e con tanto profitto.

Ho scelto quello tra i problemi della Statica che, e per la sua intrinseca importanza, e per il suo carattere fondamentale, meglio si prestava ad essere isolato dagli altri e trattato preliminarmente — intendo dire: il problema della determinazione delle reazioni dei vincoli — ed ho dedicata alla sua trattazione *col metodo delle linee d'influenza* la intera Parte Quarta di questo volume.

Questa Parte Quarta incomincia con un primo capitolo di carattere descrittivo, destinato a dare un'idea concreta e precisa dei differenti dispositivi meccanici che si usano in pratica per realizzare i vari tipi di vincolo.

---

omogenei. « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXVII (2<sup>o</sup> sem. 1918).

*Sul problema delle coazioni elastiche.* 2 Note. « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei », serie 5<sup>a</sup>, vol. XXVII (2<sup>o</sup> sem. 1918).

*Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche.* « Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino », vol. LIV (1<sup>o</sup> die. 1918).

*Per una teoria generale delle coazioni elastiche.* « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino », vol. LVI (19 giugno 1921).

*Ricerche sperimentali sulle coazioni elastiche.* 3 Note. « Atti della Pontificia Accademia delle Scienze, Nuovi Lincei », anno LXXIX (24 maggio e 20 giugno 1926).

In un secondo capitolo sono brevemente, ma esaurientemente trattati i problemi staticamente determinati.

Il capitolo terzo ed i seguenti sono invece interamente dedicati allo studio dei sistemi iperstatici per sovrabbondanza di vincoli: studio condotto con metodo ed ordine tali da presentare al lettore un quadro quanto più possibile completo dei diversi problemi e dei procedimenti con cui questi problemi possono venire affrontati e risolti.

Nella scelta stessa delle applicazioni da cui l'esposizione della teoria è sistematicamente affiancata, e nella riproduzione, a seconda dei casi più o meno ampia e minuziosa, dei relativi calcoli e disegni, ho avuto costantemente ed esclusivamente per iscopo di illustrare, attraverso esemplificazioni semplici e chiare, tutte le eventualità e specialmente le difficoltà che quei problemi possono presentare.

Finalità eminentemente didattica dunque, nell'ambito della quale la Parte Quarta del volume — apparentemente così diversa per metodo e per argomento dalle tre precedenti — le integra e le completa, facendo in certo qual modo toccar con mano come le teorie più astratte e generali, se giudiziosamente applicate a casi concreti, conducano a procedimenti di calcolo di semplice e pratica attuazione, e di immediata utilità.

Torino, Marzo 1928.

G. COLONNETTI