
VII.

Analogie.

Il problema della ripartizione delle tensioni tangenziali sulla sezione retta di un cilindro sollecitato a torsione semplice si può utilmente mettere in relazione con alcuni altri problemi meccanici che più chiaramente si offrono alla nostra intuizione, o che più agevolmente si prestano alla esperienza diretta.

Non è pertanto senza interesse fissare brevemente i termini di alcune di queste analogie.

A tal fine immaginiamo, nella data sezione, tutte le linee che in ciascun loro punto hanno per tangente la linea d'azione della tensione interna ivi applicata. Le chiameremo *linee di tensione*.

Il tracciamento di alcune, convenientemente scelte, di queste linee si presenta assai utile ogniqualvolta si vuole graficamente rappresentare la legge di ripartizione di un vettore in una data regione piana.

La più diffusa tra le applicazioni di questo metodo di rappresentazione è quella che se ne fa nella teoria del magnetismo: le linee in questione prendono allora il nome di linee di forza: e servono a dare un'idea molto chiara non solo dell'andamento ma anche delle intensità relative del campo magnetico, se si ha l'avvertenza di scegliere le linee da tracciarsi nel disegno in modo che il flusso di forza tra due qualunque consecutive di esse riesca costante.

Allora infatti l'intensità della forza in un punto qualunque del campo è in ragione inversa della distanza che in prossimità di quel punto presentano due successive linee di forza.

Adottando questi medesimi criteri, la distribuzione delle tensioni tangenziali sulla sezione retta di un cilindro sollecitato a torsione può essere graficamente rappresentata da un certo

numero di linee convenientemente scelte. Pel prisma a base triangolare, tenuto conto dei risultati conseguiti nel precedente paragrafo, si può facilmente disegnare un diagramma del tipo di quello che si vede nella figura 20.

Ciò premesso immaginiamo che nello spazio V occupato dal dato corpo elastico, questo venga sostituito da un fluido ideale le cui molecole siano animate da una velocità rappresentata in ogni punto, in grandezza, direzione e verso, dal vettore di cui abbiamo dianzi parlato, che ha per componenti secondo gli assi i valori di τ_{xx} , τ_{yz} relativi a quel punto.

E proponiamoci di precisare le proprietà che dovrebbe avere un tal fluido, nonchè le condizioni in cui esso dovrebbe trovarsi, perchè un tal moto riuscisse possibile.

Osserviamo in primo luogo che le componenti della velocità sono indipendenti dal tempo, e che perciò il moto è permanente; in secondo luogo che ogni molecola si muove nel piano della sezione retta in cui stava inizialmente e che la legge del moto è indipendente dalla posizione di questa sezione; che perciò il problema è ridotto in due sole dimensioni.

Imponiamo finalmente che siano soddisfatte le equazioni generali stabilite nell'ultimo capitolo della Parte Prima.

Ora, tenute presenti le ipotesi generali relative alla mancanza di forze di massa, la terza delle equazioni indefinite (35) diviene

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0$$

A questa relazione gli idrodinamici danno il nome di *equazione di continuità*: il suo primo membro rappresenta la diffe-

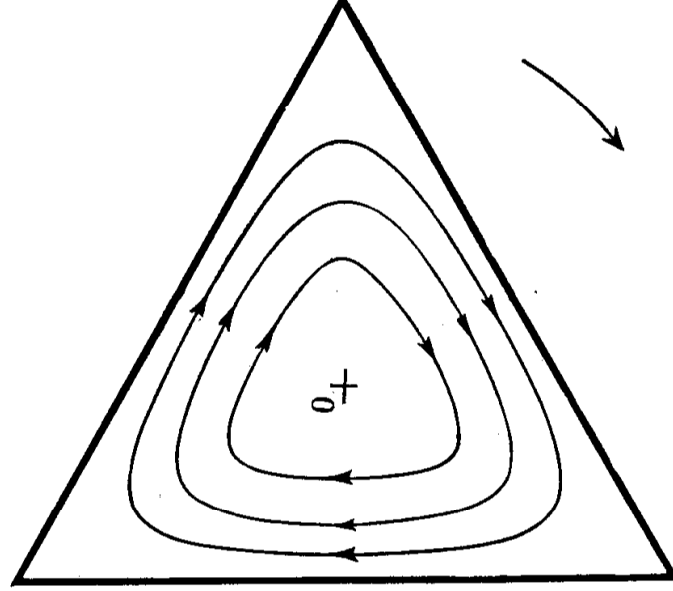


Fig. 20.

renza fra la quantità di fluido che entra durante l'unità di tempo in una qualunque regione e quella che ne esce: il dire che questa differenza è nulla equivale pertanto ad affermare la incompressibilità del fluido.

Per altra parte, tenuto conto che sulla superficie laterale cilindrica, non agiscono forze esterne nè esistono vincoli, l'ultima delle equazioni ai limiti (36) diviene

$$\tau_{zx} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) = 0$$

Ma il primo membro non è altro che la proiezione della velocità sulla normale alla detta superficie: questa equazione dice dunque che ogni molecola del fluido inizialmente situata sulla superficie laterale del cilindro si muove tangenzialmente ad essa.

Ciò si può tradurre fisicamente immaginando la superficie cilindrica materializzata in una parete rigida entro la quale il fluido in moto viene contenuto.

* * *

A queste condizioni di carattere generale ne vanno aggiunte alcune altre inerenti alle particolari caratteristiche che il sistema delle τ_{yz} , τ_{zx} presenta nel caso della semplice torsione. Si ha infatti subito dalle (73) che tanto τ_{yz} come τ_{zx} sono indipendenti da z .

Derivando la seconda delle (73) rispetto ad x e la terza rispetto ad y si trova facilmente che

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} \right) = q \frac{Q}{J_0}$$

Il primo membro di questa eguaglianza rappresenta ciò che gli idrodinamici chiamano il *vorticale*.

Il darne il valore (costante) in tutta l'area A basta, dopo ciò che si è premesso, a definire completamente il moto, se quest'area è semplicemente connessa.

In caso contrario occorre aggiungere, per completare la determinazione del problema, la constatazione, d'altronde assai facile a farsi, che tracciata ad arbitrio una qualunque linea

chiusa interna all'area \mathcal{A} , resta completamente definito il valore della circuitazione

$$\int (\tau_{zx} dx + \tau_{yz} dy)$$

lungo di essa ⁽¹⁾.

* * *

Nella nuova concezione che siamo venuti sviluppando, le linee di tensione si presentano sotto l'aspetto, fisicamente assai più intuitivo, di *linee di corrente*.

Vi sono perciò dei casi nei quali essa aiuta validamente la nostra mente e la conduce a intuire almeno nelle sue linee generali la soluzione del problema, anche se le difficoltà analitiche che esso presenta sono tali da renderne lo studio rigoroso praticamente impossibile.

Intanto pensando al moto vorticoso del fluido incompressibile sopra definito si può rendersi conto della generalità di alcuni dei risultati che noi abbiamo stabiliti nel precedente capitolo per qualche caso particolare.

Così per esempio a chi osservi la fig. 20 appare chiaro il perchè la velocità del liquido (e con essa la tensione tangenziale nella sezione retta del prisma cimentato a torsione) debba annullarsi in corrispondenza dei vertici della sezione e divenir massima in prossimità di quei punti del contorno che son più vicini al centro.

La concezione idrodinamica del problema della torsione conduce poi a risultati particolarmente interessanti quando la si applica allo studio delle perturbazioni prodotte nella ripartizione delle tensioni interne da tagli o fenditure praticate nel solido.

⁽¹⁾ Tenute presenti le (73) si ha infatti

$$\int (\tau_{zx} dx + \tau_{yz} dy) = -q \frac{Q}{J_0} \left[\int d\psi + \int y dx - \int x dy \right]$$

Ora se l'integrazione si estende ad un circuito chiuso, il primo dei tre integrali che compaiono nel secondo membro si annulla identicamente; gli altri due riescono invece sempre eguali fra loro ma di segni contrarii: in valor assoluto essi misurano notoriamente l'area della porzione di piano racchiusa nel circuito: sono quindi da considerarsi come dati quando è dato questo circuito.

Si consideri per esempio il caso di un tubo, si immagini cioè che la sezione retta del cilindro sia una corona circolare.

Ragioni ovvie di simmetria richiedono che le linee di tensione siano tutte costituite da cerchi concentrici.

Ciò non potrà più essere però se si pratica una fenditura lungo una generatrice del tubo per modo che la sezione divenga semplicemente connessa.

La fenditura va infatti interpretata nel problema idrodinamico come una parete di divisione grazie alla quale la circolazione del liquido non può più avvenire se non nel modo rappresentato nella fig. 21.

Perchè le linee di corrente possano richiudersi su se stesse senza attraversare AB occorre inverso che il senso del moto si inverta in prossimità della superficie interna del tubo.

Ritornando al problema

della torsione resta così assodato che il taglio deve avere per effetto di far subire uno spostamento come OO_1 , all'asse di torsione.

Del resto anche senza giungere a perturbazioni così radicali si può sempre trarre qualche profitto dall'assimilazione di una interruzione di continuità del solido soggetto a torsione, ad un ostacolo frapposto al moto vorticoso del liquido.

Si capisce infatti a prima vista che le linee di corrente non potendo attraversare siffatto ostacolo debbono contornarlo ripiegandosi ed avvicinandosi le une alle altre. Ciò è quanto dire che la presenza dell'ostacolo è causa determinante di un aumento nella velocità locale delle molecole liquide. Si può così farsi un'idea dell'importanza delle perturbazioni che sul regime delle tensioni in un solido soggetto a torsione possono essere prodotte da fenditure o cavità quali sono quelle che derivano da falle di fusione o in genere da difetti di struttura del materiale resistente.

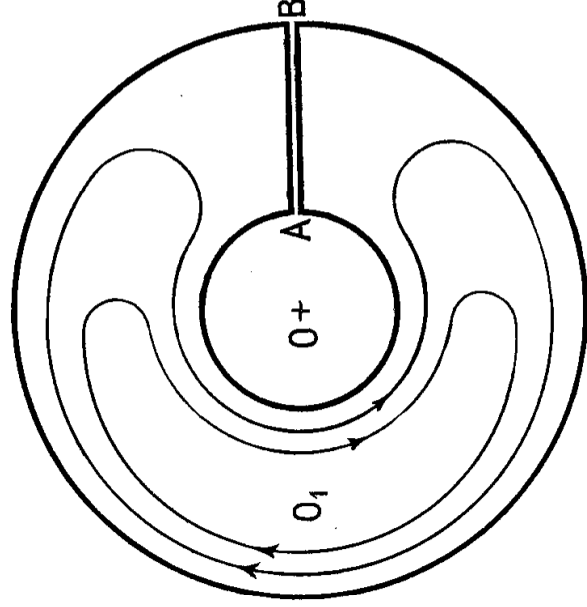


Fig. 21.

* * *

Non meno istruttiva di quella che siamo venuti fin qui illustrando, è un'altra analogia, scoperta dal Prandtl, la quale assomiglia il problema della torsione semplice a quello delle piccole deformazioni di una membrana perfettamente flessibile, di spessore costante, uniformemente tesa sopra un contorno simile a quello della sezione considerata, e sottoposta ad una pressione uniforme.

Assunto il piano della sezione (o, più precisamente, del contorno) come piano coordinato xy , e designato con ζ lo spostamento normale a tale piano (componente dello spostamento secondo l'asse z) di un punto generico della membrana, la superficie secondo cui questa si dispone si può praticamente caratterizzare mediante il sistema delle linee di livello

$$\zeta = \text{costante}$$

Ora dalla teoria dell'equilibrio delle membrane elastiche risulta che la funzione $\zeta(x, y)$ riesce completamente definita e determinata pel fatto che essa deve, su tutta l'area, soddisfare ad una certa equazione differenziale che — nella ipotesi che gli spostamenti ζ si possano trattare come infinitesimi — è del tipo

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = \text{costante}$$

mentre sul contorno — supposto unico ⁽¹⁾ — deve naturalmente essere

$$\zeta = 0$$

⁽¹⁾ Quel che qui si dirà presuppone dunque che la sezione sia semplicemente connessa.

Al solito se la sezione è più volte connessa il problema si complica. Si potrà infatti sempre assumere

$$\zeta = 0$$

su uno dei contorni, per esempio su quello esterno, ma, su ciascuno degli altri, ζ potrà avere valori costanti bensì ma differenti da zero, e differenti tra loro.

Tuttavia, mediante una opportuna determinazione di queste costanti, l'analogia può ancora essere utilmente impiegata.

Si confronti a questo proposito la recente Nota del Prof. G. ALBENGA, "L'ana-

Riprendiamo ora in considerazione le ultime due delle (73)

$$\tau_{yz} = -q \frac{Q}{J_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} - x \right)$$

$$\tau_{zx} = -q \frac{Q}{J_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + y \right)$$

e, detta φ la funzione coniugata della ψ , armonica come essa, e definita dalle relazioni

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\zeta = \varphi - \frac{x^2 + y^2}{2}$$

assumiamo

È facile convincersi che questa scelta della funzione ζ è perfettamente compatibile colle condizioni sopra imposte: si constata nel tempo stesso che le linee di livello della membrana che così vengono a definirsi coincidono identicamente colle linee di tensione caratteristiche del problema della torsione semplice da cui abbiamo prese le mosse.

Si ha infatti evidentemente

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - x = \frac{\partial \psi}{\partial y} - x$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} - y$$

logia di Prandtl nel problema della torsione, (Annali dei Lavori Pubblici, anno 1926, fascicolo VI), nella quale è, fra l'altro, contenuta una completa bibliografia dell'argomento.

Derivando poi una seconda volta, e tenendo presente che tanto φ che ψ sono armoniche, si trova

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = -2$$

D'altra parte le ultime due delle (73) divengono

$$\tau_{yz} = -q \frac{Q}{J_0} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

$$\tau_{zx} = q \frac{Q}{J_0} \frac{\partial \zeta}{\partial y}$$

Ora le curve di equazione

$$\zeta = \text{costante}$$

hanno notoriamente per tangente nel loro punto generico la retta ⁽¹⁾

$$(X-x) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (Y-y) \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0$$

che ha per coefficiente angolare

$$\frac{Y-y}{X-x} = - \frac{\frac{\partial \zeta}{\partial x}}{\frac{\partial \zeta}{\partial y}} = \frac{\tau_{yz}}{\tau_{zx}}$$

epperò non è altro che la linea d'azione della tensione di componenti τ_{yz} e τ_{zx} .

Le linee di livello così definite coincidono dunque, come si era annunciato, colle linee di tensione da noi dianzi considerate.

Una di esse dovrà in particolare coincidere col contorno della sezione: sul quale contorno si potrà quindi sempre (mediante una opportuna scelta delle costanti di integrazione) far in modo che si abbia

$$\zeta = 0$$

⁽¹⁾ x ed y sono le coordinate del punto di contatto: X ed Y le coordinate correnti.

Quanto alla grandezza della tensione

$$\tau = \sqrt{\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2}$$

se si conviene di designare con n la normale alla linea

$$\zeta = \text{costante}$$

nel solito suo punto generico, la si potrà sempre esprimere sotto la forma

$$\tau = q \frac{Q}{J_0} \frac{\partial \zeta}{\partial n}$$

a cui l'ultima delle (73) si riduce quando, mediante una conveniente rotazione degli assi, si porti y ad essere parallelo alla normale ed x parallelo alla tangente.

Se ne può concludere che, nella analogia di cui stiamo discorrendo, la grandezza della tensione è in ciascun punto misurata dalla pendenza che in corrispondenza del punto stesso presenterà la membrana deformata.

* * *

Questa volta l'analogia si presta ad essere utilizzata sperimentalmente.

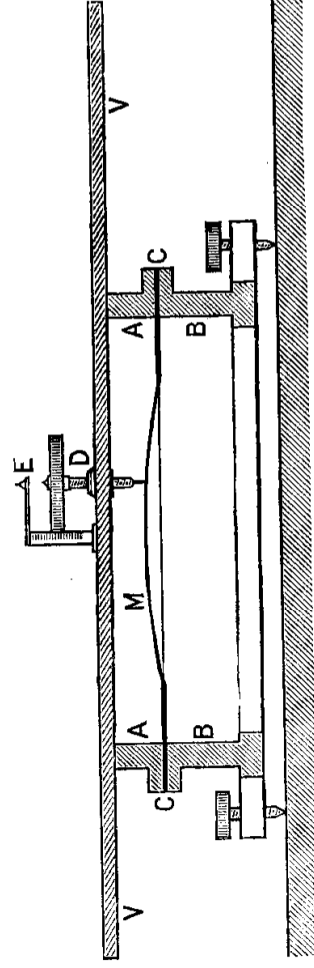


Fig. 22.

Due studiosi inglesi, Taylor e Griffith, idearono ed impiegarono sistematicamente con buoni risultati un apparecchio che è schematicamente rappresentato nella fig. 22.

La membrana M viene realizzata con una sottilissima pellicola di oleato di sodio o di potassio (soluzione di sapone puro), tesa su di un foro della dovuta forma, praticato in una piastra di alluminio C , trattenuta tra due riquadri di ghisa A e B .

Il foro ha gli orli fresati accuratamente per modo che si conosca con assoluta esattezza la posizione del contorno della pellicola.

Il riquadro inferiore è montato su di un basamento munito di viti che permettono di rendere la piastra *C* perfettamente orizzontale.

Il riquadro superiore viene ricoperto da una robusta lastra di vetro *V*, larga tanto che, portato in qualunque posizione l'apparecchio di misura che l'attraversa nel centro, non si venga mai a determinare comunicazione alcuna fra l'aria sottostante e l'aria esterna.

La pellicola di sapone costituendo essa stessa una chiusura ermetica in corrispondenza della piastra *C*, ne viene che nello spazio chiuso tra il vetro, il riquadro superiore e la membrana si può produrre e mantenere a volontà una lieve depressione atta a determinare la voluta deformazione della membrana.

L'apparecchio misuratore delle deformazioni della pellicola consta essenzialmente di una vite micrometrica *D* terminante in basso con una punta che, mantenuta permanentemente inumidita con acqua saponata, si può far avanzare a volontà fino al contatto colla pellicola. Nella parte superiore l'apparecchio stesso porta un'altra punta *E* che serve a registrare automaticamente la posizione del punto in corrispondenza del quale la misura è stata eseguita: basta a tal fine ribaltare un coperchio (non rappresentato in figura) nel cui interno un foglio di carta sta teso entro un apposito telaio.

Il dispositivo si presta molto bene al rilevamento per punti delle linee di livello

$$\zeta = \text{costante.}$$

Basta lasciar fissa la vite micrometrica in una determinata posizione e manovrare la lastra di vetro in modo da portare successivamente e ripetutamente la punta a contatto della pellicola in differenti posizioni; queste, registrate man mano sull'apposito foglio di carta, ci daranno altrettanti punti della curva di livello corrispondente alla posizione adottata per la vite micrometrica.

La pendenza si misura invece osservando, attraverso ad un apposito collimatore, l'immagine di una minuscola lampadina elettrica riflessa dalla pellicola.

Come tutti i metodi sperimentali, quello ora descritto è affetto da errori, dovuti alcuni al non essere rigorosamente soddisfatte le ipotesi fondamentali della teoria, rientranti gli altri nella categoria dei veri e propri errori di misura.

Tra i primi vanno tenuti particolarmente presenti quelli dovuti all'influenza del peso della pellicola, alle imperfezioni nella costanza dello spessore e della tensione, alle dimensioni finite (se pur piccole) della deformazione.

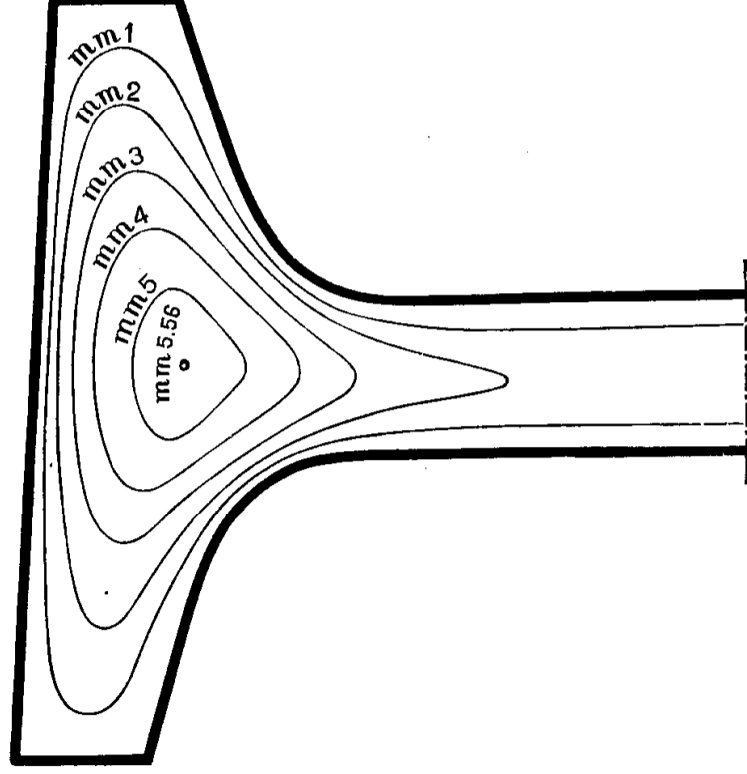


Fig. 23.

Tuttavia, se la pellicola è molto sottile, l'influenza del peso si riduce veramente ai minimi termini, e non è difficile assicurarsi della sufficiente uniformità dello spessore e della tensione sorvegliando la colorazione della pellicola di acqua saponata. Questa verifica deve essere fatta soprattutto in corrispondenza del contorno, presso il quale il liquido tende naturalmente a raccogliersi.

Quanto all'errore dovuto al fatto che le deformazioni non sono infinitesime, come la teoria suppone, si può dimostrare che non raggiunge il 2% quando l'inclinazione massima della pellicola deformata non supera i 30°.

I due sperimentatori inglesi hanno, con questo metodo, stu-

diate sperimentalmente le tensioni torsionali in una quantità di sezioni — ne riportiamo una, a titolo di esempio, nella fig. 23 — e si sono convinti che, operando colle dovute cautele, l'errore complessivo può mantenersi inferiore al 3,5 %.

* * *

Del resto il metodo è suscettibile di non poche varianti, e di notevoli perfezionamenti.

Così per esempio si possono evitare le cause di errore dovute al peso della membrana, alla sua poca stabilità, e soprattutto alle variazioni di temperatura e di pressione che possono inopinatamente sopravvenire durante l'esperienza, utilizzando invece di una membrana la superficie di separazione di due liquidi di eguale densità, ma non mescolabili, superficie la quale, sotto le stesse riserve dianzi enunciate, soddisfa alla stessa equazione indefinita ed alle stesse condizioni ai limiti.

Recenti esperienze eseguite a questo scopo nell'Istituto fisico dell'Università di Bruxelles hanno dimostrato la possibilità di utilizzare tale superficie di separazione disponendo i due liquidi in un recipiente diviso in due scompartimenti da un diaframma orizzontale in cui sia praticato il foro avente la forma della sezione che si vuol studiare.

Se si riempie lo scompartimento inferiore con uno dei due liquidi e vi si sovrappone l'altro, basta un eccesso anche lieve del primo per provocare la formazione del voluto menisco.

Particolare attenzione merita naturalmente la scelta dei liquidi da impiegare, poichè essa deve soddisfare a diverse condizioni: non basta infatti che essi non siano mescolabili, e che abbiano eguale densità: bisogna assicurarsi che nessuna reazione chimica possa intervenire fra essi, e che uno almeno di essi, quello che si vuol mettere sopra, non si alteri al contatto dell'aria.

Giova inoltre che uno dei due liquidi sia dielettrico, l'altro buon conduttore; in tal caso infatti l'esplorazione ed il rilievo del menisco si può far molto bene coll'aiuto di una puntina di platino la quale, immersa nel liquido isolante, si fa avanzare fino a stabilire un contatto elettrico col liquido conduttore.

Il momento preciso del primo contatto si avverte facilmente, e con tutta la desiderabile esattezza, collegando punta e liquido

conduttore col secondario di un piccolo trasformatore da campanelli, ed inserendo nel circuito un ordinario ricevitore telefonico (fig. 24).

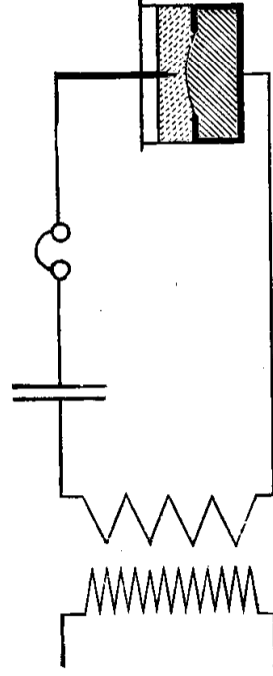


Fig. 24.

Buoni risultati si sono ottenuti adottando come liquidi sperimentali il clorotoluene e l'acqua acidulata ad una concentrazione tale da avere eguale densità (1,08 all'incirca).

L'apparecchio è rappresentato in sezione nella fig. 25.

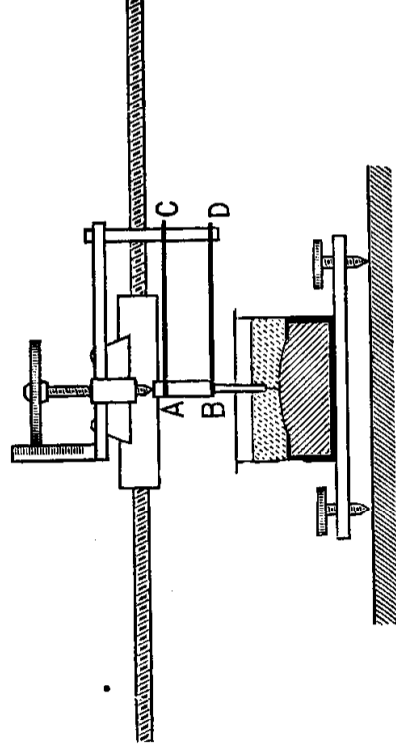


Fig. 25.

Un piccolo recipiente metallico, nel cui coperchio è praticato il foro della forma voluta, viene riempito di acqua acidulata con tutte le precauzioni necessarie perchè il liquido non giunga in alcun modo a bagnare la faccia superiore del coperchio. Poi viene posto entro un vaso di vetro nel quale si versa adagio adagio il clorotoluene in quantità sufficiente perchè il primo recipiente vi resti completamente sommerso. Si determina quindi il voluto rilievo del menisco aggiungendo o togliendo piccole quantità di acqua acidulata coll'aiuto di una ordinaria pipetta.

La punta esploratrice costituisce uno dei lati verticali di un parallelogrammo *ABCD* i cui lati orizzontali sono rappresentati da due lastre molto flessibili di acciaio. L'altro lato ver-

ticale è rigidamente collegato al carrello trasversale di una macchina a dividere, dotata di due viti micrometriche, coll'aiuto delle quali si possono in ogni momento rilevare le due coordinate orizzontali della punta.

La coordinata verticale si legge sul tamburo di uno sferometro, portato esso pure dal carrello, e la cui vite micrometrica agisce sul parallelogramma deformandolo.

* * *

Nella relazione che Piccard e Baes hanno recentemente fatta su questo argomento al II Congresso Internazionale di Meccanica Applicata, tenutosi a Zurigo nel settembre del 1926, essi hanno anche descritto un dispositivo che si presta al diretto rilievo fotografico delle linee di egual inclinazione del menisco: che sono poi, come si è già accennato, le linee di egual tensione sulla sezione: le linee cioè luoghi dei punti in corrispondenza dei quali la tensione tangenziale dovuta alla torsione raggiunge valori determinati.

La fig. 26 rappresenta schematicamente tale dispositivo.

Un obbiettivo O è disposto col suo asse ottico verticale in modo da dar luogo in L ad una immagine del menisco M . In corrispondenza del fuoco superiore dell'obbiettivo vi è però un diaframma D di piccolissima apertura: l'immagine risulta quindi formata da quelli soli dei raggi, che si dipartono dal menisco, che sono diretti parallelamente all'asse ottico, vale a dire verticalmente.

Ora il menisco è illuminato da un fascio di raggi paralleli proveniente da una sorgente luminosa puntiforme — costituita per esempio dal forellino di un diaframma sul quale è proiettata l'immagine del filamento di una lampadina elettrica — posta, tale sorgente luminosa puntiforme, nel fuoco di una lente O' .

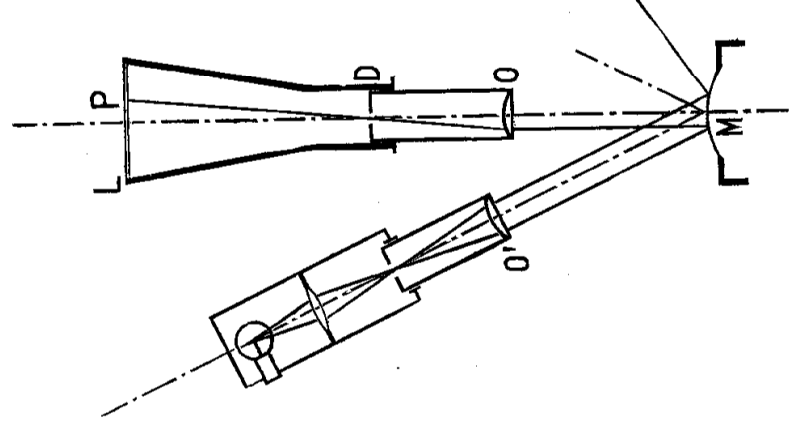


Fig. 26.

Incontrando il menisco, tali raggi si riflettono parzialmente in direzioni differenti. Quelli dei raggi riflessi che risultano verticali passano (dopo di avere attraversato l'obbiettivo O) per il diaframma D , e giungono in L ove sopra una lastra sensibile segnano nei punti come P le immagini dei punti del menisco su cui si sono riflessi.

Si vede subito che l'inclinazione del menisco in questi punti è precisamente eguale alla metà dell'angolo formato dagli assi ottici dell'apparecchio di illuminazione e dell'obbiettivo.

Se pertanto l'apparecchio di illuminazione è montato in modo da poter liberamente ruotare intorno all'asse ottico dell'obbiettivo, si possono facilmente ottenere sulla lastra L le immagini delle curve di egual inclinazione del menisco.

Basterà poi attribuire all'angolo formato dagli assi ottici dell'apparecchio di illuminazione e dell'obbiettivo valori diversi, crescenti per esempio in proporzione aritmetica, e, per ciascuno di essi, far eseguire all'apparecchio di illuminazione un giro completo (o un numero conveniente di giri completi), per ottenere sulla lastra sensibile il sistema delle linee di egual inclinazione corrispondenti.

Naturalmente si suppone in tutto quel che precede che il fascio di raggi paralleli che esce da O' non subisca alcuna rifrazione prima di giungere sul menisco; bisogna quindi che l'apparecchio di illuminazione sia immerso nel liquido superiore.

E perchè l'agitazione superficiale che in questo liquido si produce durante il movimento di rotazione del predetto apparecchio, non renda confusa l'immagine del menisco, bisogna immergere nel liquido anche l'obbiettivo O .

Si ottengono i migliori risultati adottando acqua pura come liquido superiore, e come liquido inferiore una miscela di clorotoluene e di toluene (di densità eguale ad uno).

La Tavola VIII dà un'idea molto chiara dei risultati che si possono ottenere con questo sistema. Essa si riferisce al caso tipico della sezione triangolare equilatera: la concordanza coi risultati della teoria è, in questo caso, veramente soddisfacente; se ne possono pertanto trarre ampie garanzie in merito all'attendibilità delle ricerche che per questa via si potranno istituire su sezioni di forma qualunque.

