

TAVOLA XXV

(pag. 444).

Trattazione grafica di una trave continua su cinque appoggi  
(Tracciamento delle linee d'influenza delle reazioni degli appoggi  
intermedii).

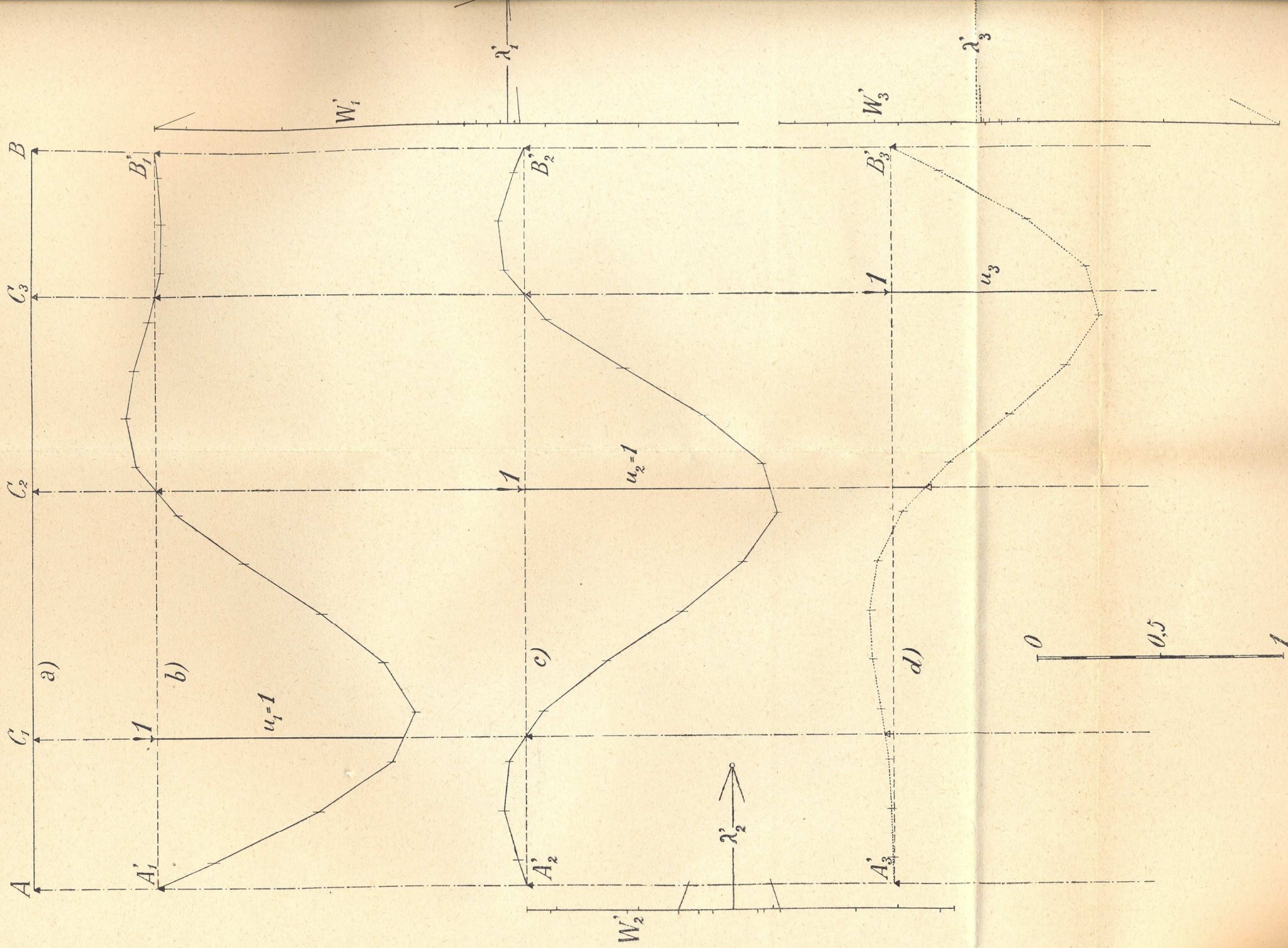


TAVOLA XXVI

(pag. 444).

Trattazione grafica di una trave continua su cinque appoggi  
(Costruzione delle linee elastiche come funicolari dei pesi elastici fondamentali).

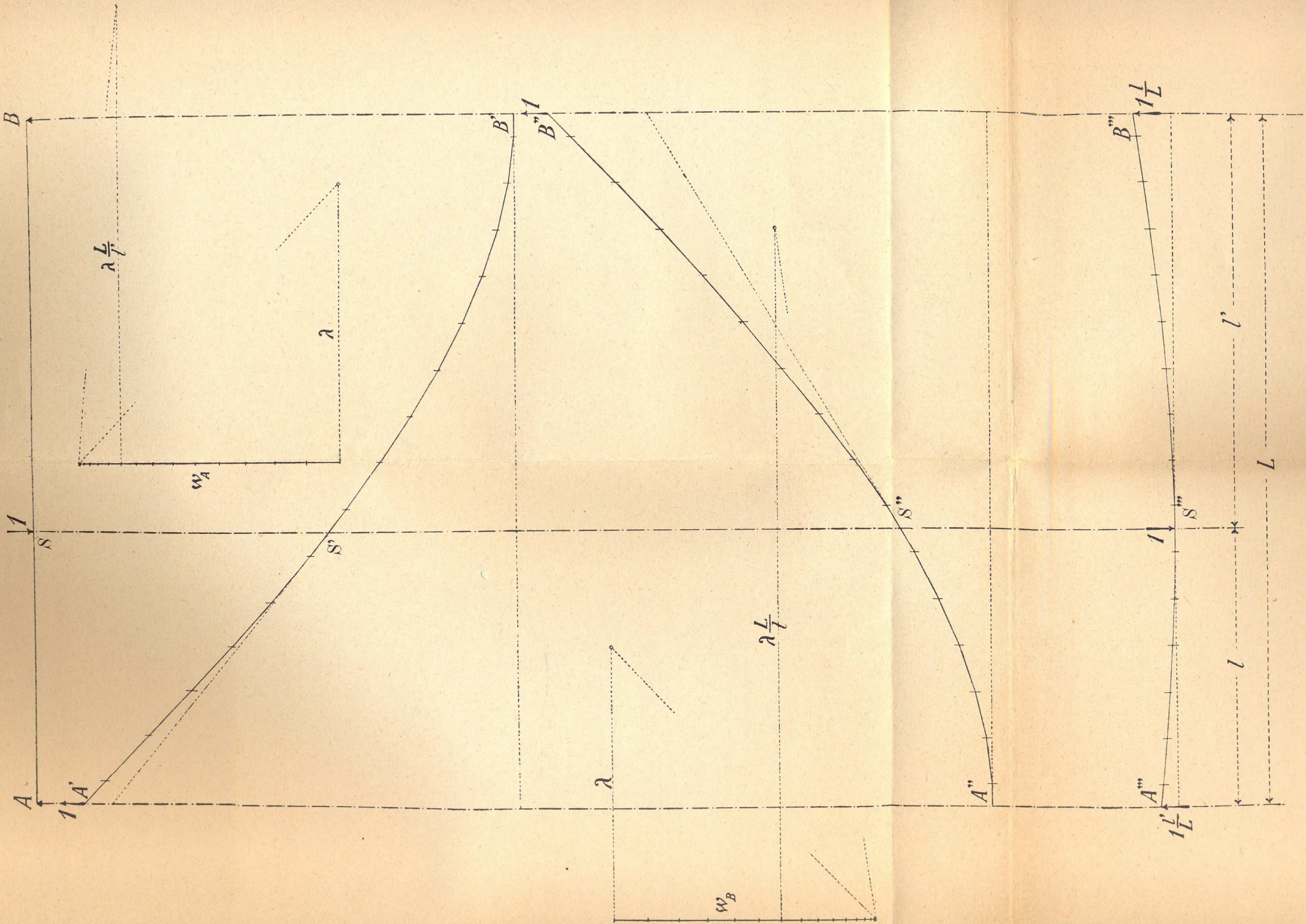


TAVOLA XXVII

(pag. 444).

Trattazione grafica di una trave continua su cinque appoggi  
(Costruzione del diagramma d'influenza della reazione di uno degli  
appoggi intermedi mediante funicolari dei pesi elastici fondamentali).

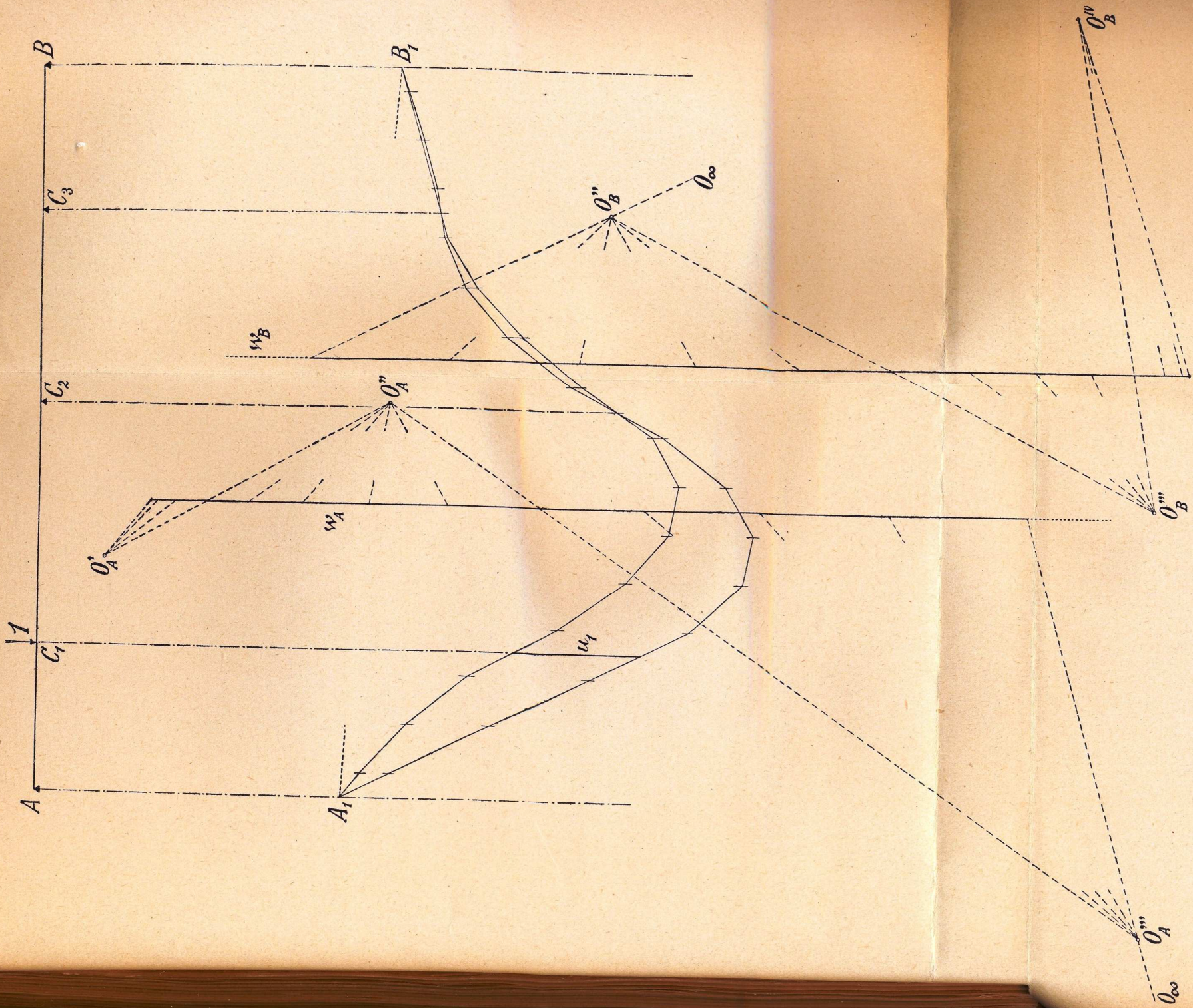
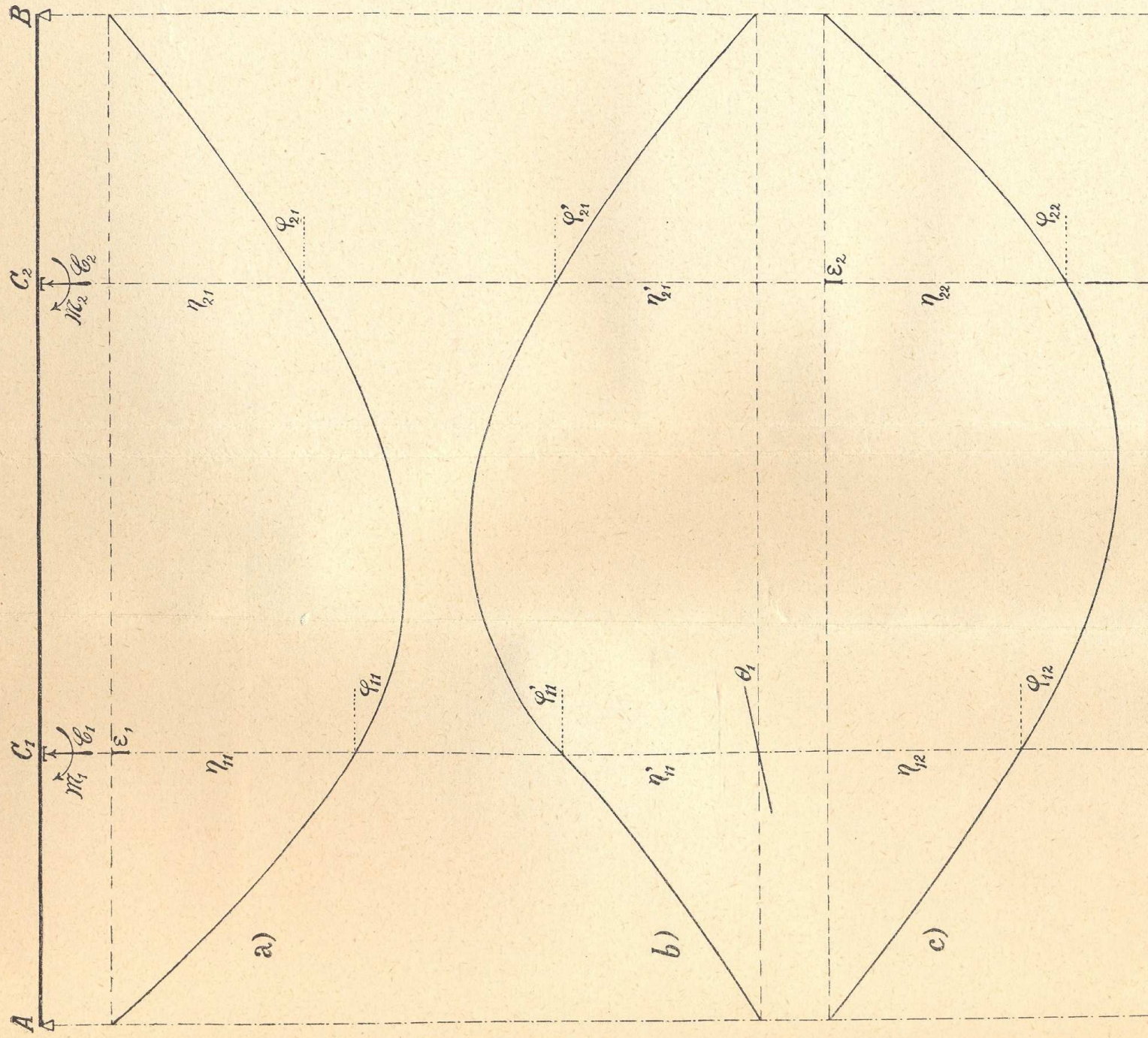


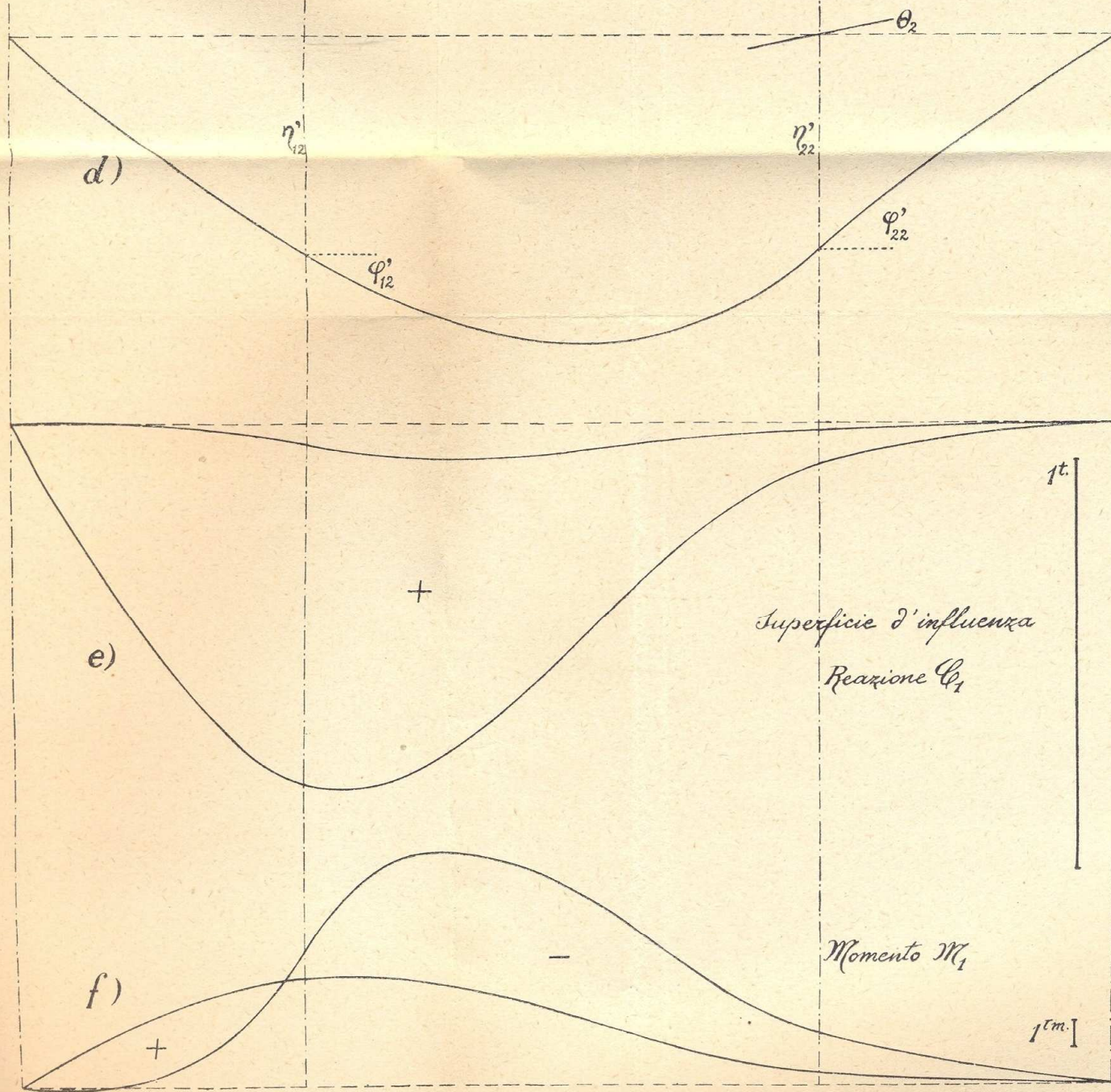
TAVOLA XXVIII

(pag. 444).

Trattazione grafica di una trave continua solidale coi suoi piedritti.







\* \* \*

Riferendoci ora al caso particolare di travi ad estremi semplicemente appoggiati, constateremo come il tracciamento delle varie deformate di un tale sistema possa anche qui eseguirsi col solo aiuto di quei pesi elastici che abbiamo già avuto occasione di indicare col nome di *fondamentali*.

Ciò è già stato dimostrato a pag. 434, per le deformate relative alle varie sollecitazioni del tipo  $\mathfrak{G}_r = -1$ ; può dimostrarsi per le altre deformate, relative alle sollecitazioni del tipo  $\mathfrak{M}_r = -1$ , nel modo seguente.

Liberata dai vincoli intermedi, la trave risulta staticamente determinata e, quando venga cimentata da un momento unitario negativo applicato alla sezione  $S$  distante di  $l$  dall'estremo sinistro  $A$  e di  $l'$  dall'estremo destro  $B$ , si deforma descrivendo, col suo asse geometrico, una certa linea elastica  $A'''B'''$  (fig. 130), la quale può considerarsi come composta di due tronchi distinti  $S'''A'''$  ed  $S'''B'''$ , relativi ciascuno ai due corrispondenti tronchi  $SA$  ed  $SB$  di trave, obliquamente incastrati in corrispondenza della verticale di  $S$  e del resto liberi, sollecitati agli estremi da forze verticali, dirette l'una verso l'alto, l'altra verso il basso ed eguali entrambe in valore ad  $\frac{1}{L}$ , *uno* essendo il valore assoluto del momento applicato ed  $L$  la distanza fra gli appoggi estremi  $A, B$ .

Si indichino pertanto colla lettera  $w_A$  quei pesi elastici che collegati con un poligono funicolare di distanza polare  $\lambda$  forniscono la linea elastica della trave supposta rigidamente incastrata nell'estremo  $B$  e cimentata all'altro estremo  $A$  da una forza unitaria diretta verticalmente dal basso all'alto.

Similmente si indichino con  $w_B$  quei pesi elastici che collegati con un poligono funicolare di distanza polare ancora eguale a  $\lambda$  danno la linea elastica della stessa trave, supposta però incastrata in  $A$  e caricata nel modo detto in  $B$ .

La similitudine esistente fra i tronchi sopra considerati  $S'''A'''$  ed  $S'''B'''$  della linea elastica  $A'''B'''$  ed i rami loro corrispondenti  $S'A'$  ed  $S''B''$  delle due linee elastiche ausiliarie  $A'B'$  ed  $A''B''$  non richiede dimostrazione; essa ci permette di concludere che la linea elastica cercata può essere rappresentata

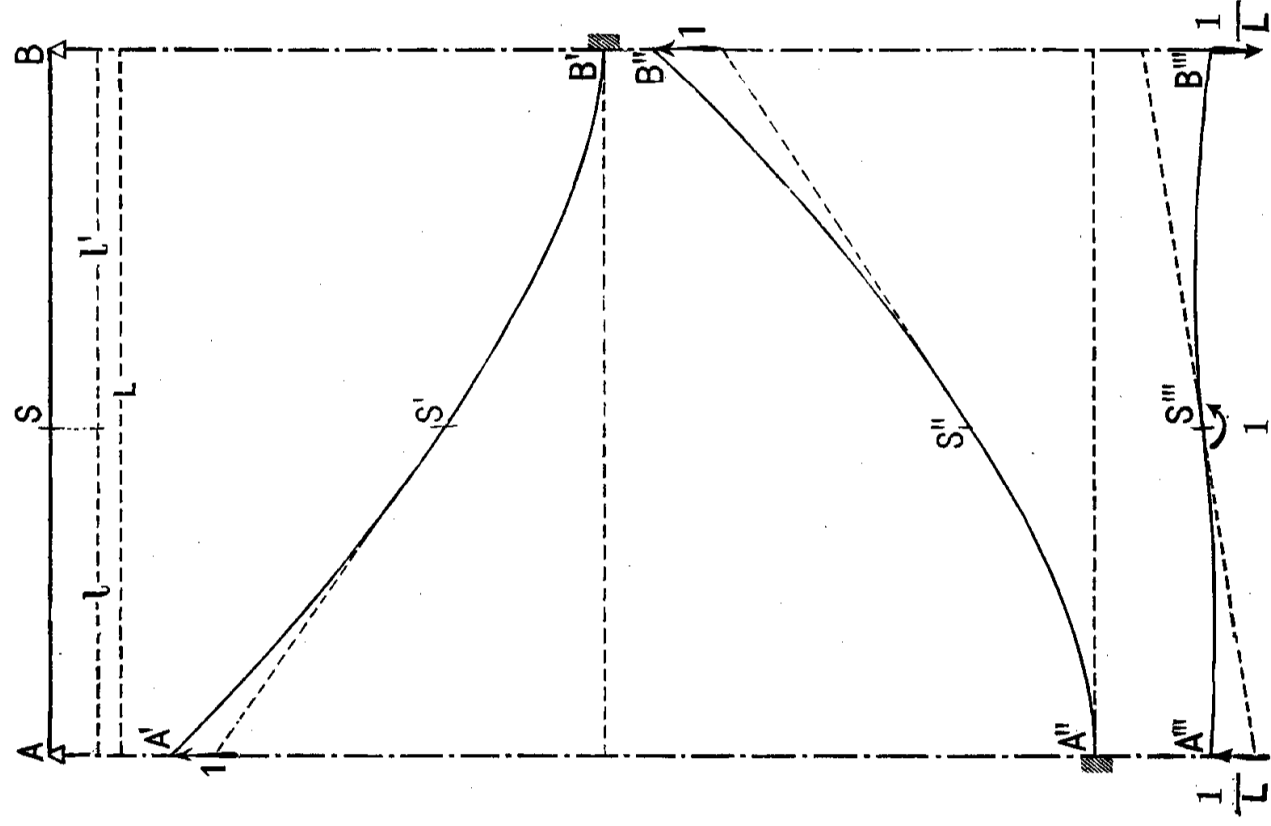


Fig. 130.

in disegno da un poligono funicolare di distanza polare  $\lambda$ , collegante, nei due tratti  $AS$  ed  $SB$ , rispettivamente dei pesi elastici della forma

$$\frac{1}{L} w_A \quad \text{e} \quad -\frac{1}{L} w_B$$

o, ciò che fa lo stesso, collegante addirittura gli stessi pesi ela-

stici  $w_A$  e  $w_B$  purchè si proiettino da distanze polari rispettivamente eguali a

$$\lambda L \quad \text{ed a} \quad -\lambda L$$

$L$  essendo qui, occorre appena avvertirlo, non già una vera grandezza fisica, ma soltanto un numero astratto, misura della lunghezza della trave nella prescelta unità lineare.

Anche questa volta le linee elastiche  $A'B'$  ed  $A''B''$  della figura vennero tracciate a solo scopo dimostrativo; in pratica esse non occorrono mai.

La sola conoscenza dei pesi elastici fondamentali  $w_A$  e  $w_B$ , anzi, in generale, di una sola parte di essi, permette di tracciare, l'una dopo l'altra, le linee elastiche delle figg.  $a)$ ,  $b)$ ,  $c)$ ,  $d)$  della Tavola XXVIII.

È anzi assai agevole constatare che gli stessi pesi  $W$  e  $W'$ , che hanno servito pel tracciamento alle superfici d'influenza  $e)$  ed  $f)$ , altro non sono che combinazioni lineari di quei medesimi pesi elastici fondamentali.

\* \* \*

In tutto ciò che precede noi abbiamo esplicitamente e costantemente supposto che si potesse sempre prescindere dalla eventuale deformabilità elastica dei vincoli di estremità della trave.

Ciò non fu fatto a caso: in pratica, infatti, le estremità di una trave continua sono generalmente vincolate a spalle che, per molteplici ragioni, vengono sempre progettate con dimensioni trasversali assai maggiori — a parità di altezza — di quelle che si attribuiscono alle pile costituenti i vari appoggi intermedi.

Non vogliamo tuttavia abbandonar l'argomento senza aver brevemente accennato al modo con cui da questa ipotesi restrittiva si può, senza difficoltà, liberarsi in quei singoli casi speciali in cui, tutto considerato, essa per avventura non apparisse sufficientemente giustificata.

Ritorniamo a tal fine per un momento col nostro pensiero alle varie deformate del sistema liberato dai vincoli intermedi.

Il supporre i vincoli di estremità elastici anzichè rigidi influisce naturalmente su tali deformate: e precisamente ne mo-

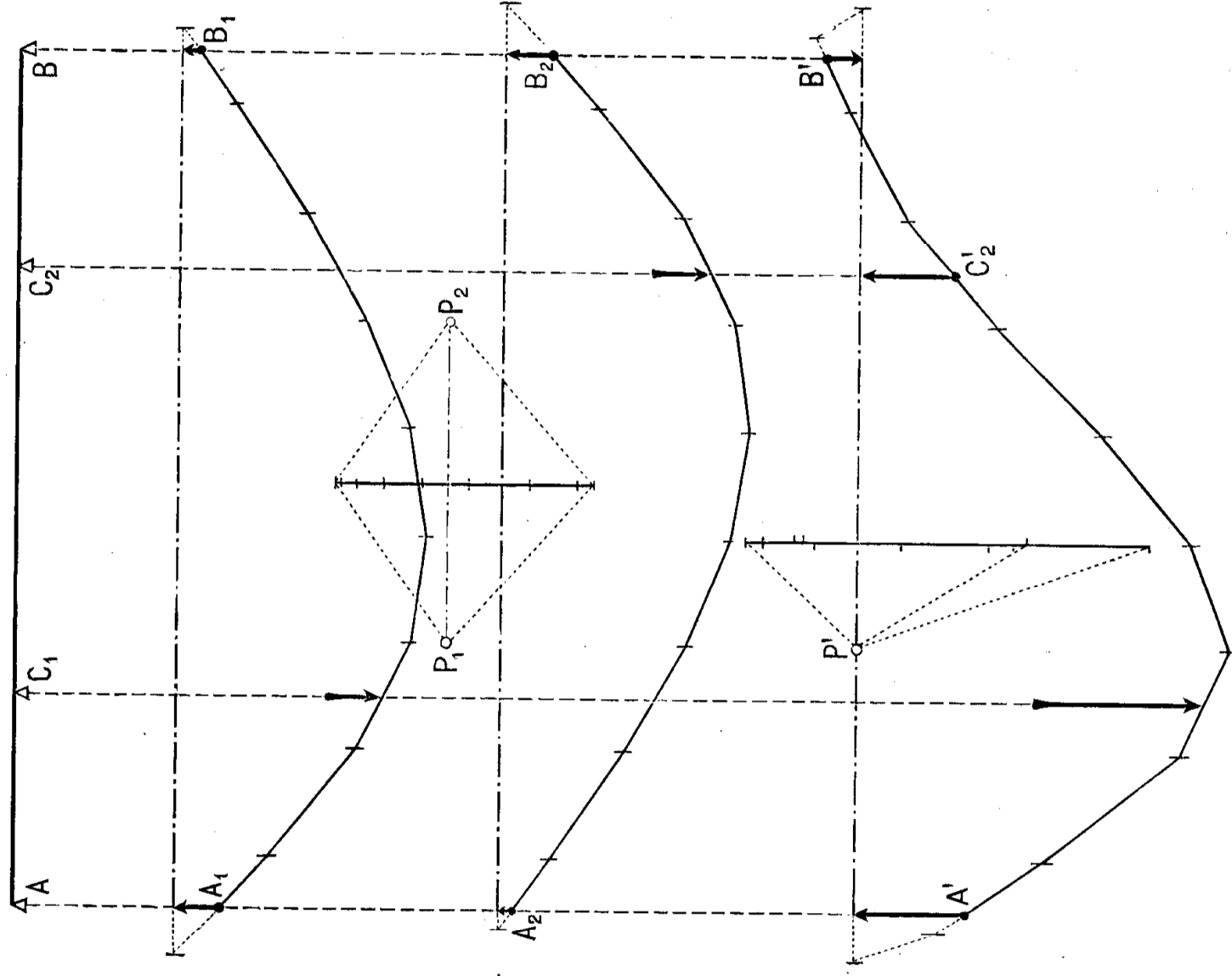


Fig. 131.

difca sia la forma che la posizione, se detti vincoli di estremità sono iperstatici (se, per esempio, sono degli incastrati); la posizione soltanto e non la forma, se essi sono staticamente determinati (semplici appoggi).

Contuttociò i diagrammi di ordinate generiche

$$\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$$

potranno ancora considerarsi come limitati dai lati di certi poligoni funicolari chiusi (colleganti cioè dei sistemi di forze in equilibrio) quando si siano scelti in modo opportuno i sistemi dei pesi elastici

$$w_1, w_2, \dots, w_n$$

avendo l'avvertenza di completarli, quando occorre, anche coll'aggiunta di pesi fittizii di grandezza e posizione conveniente.

Dopo di che non v'è dubbio che tutto quel che si è detto per passare da tali diagrammi al tracciamento delle linee d'influenza delle reazioni iperstatiche, ovvero degli abbassamenti dei varii punti della trave nelle condizioni date di posa, continuerà ad essere perfettamente vero ed immediatamente applicabile.

A titolo di chiarimento delle precedenti affermazioni, noi presentiamo nella figura 131 un esempio di applicazione del procedimento al tracciamento della linea d'influenza di una reazione iperstatica nel tipo classico di trave continua su quattro semplici appoggi elasticamente cedevoli.

Per semplicità si è supposta la trave simmetrica, e gli appoggi tutti cedevoli in egual grado.

La figura non ha bisogno di commenti: da essa appare chiaramente come si determinino e come si utilizzino i pesi elastici supplementari rappresentanti l'influenza dell'elasticità degli appoggi di estremità.

Al lettore lasciamo il compito, assai semplice in teoria, di estendere l'applicazione del procedimento al caso più generale in cui tutti o parte dei vincoli siano atti non soltanto ad opporsi agli spostamenti verticali dei punti a cui essi sono applicati, ma sappiano nel tempo stesso reagire elasticamente contro le rotazioni delle sezioni situate in corrispondenza dei medesimi.

Egli non tarderà allora a convincersi che le considerazioni che precedono permettono anche, nello studio delle travi continue ad estremi incastrati, di tenere nel dovuto conto la elasticità delle spalle a cui l'incastro è affidato.

Con che il problema statico della continuità delle travate si può ben dire risolto nei suoi termini più generali.