

PARTE QUARTA

Forze esterne e reazioni di vincolo - Sistemi staticamente determinati - Sistemi iperstatici - La trave continua - La scelta delle incognite iperstatiche - L'arco incastrato - Il tracciamento delle linee d'influenza per mezzo di modelli e di apparecchi meccanici.

Forze esterne e reazioni di vincolo.

Una trave, generabile come si è detto a pag. 224 da un'area piana di forma e dimensioni variabili con continuità, che si muova nello spazio mantenendosi sempre normale alla linea descritta dal suo baricentro, sia sollecitata da forze distribuite comunque sulla sua superficie o addirittura su tutta la sua massa.

Se si conserva (come a pag. 224 abbiamo convenuto di fare) il nome di *asse geometrico della trave* alla linea descritta dal baricentro dell'area generatrice, e se si continuano a chiamare *sezioni rette della trave* le successive posizioni assunte da tale area nel suo movimento, nulla ci vieta di continuare a caratterizzare il sistema di tensioni che, attraverso ad una sezione retta generica, si trasmettono nella trave deformata, con quelle medesime caratteristiche che abbiamo adottate nel caso semplice del problema di Saint-Venant, assumendo ancor qui come assi di riferimento i due assi principali centrali d'inerzia della sezione considerata, e la normale a questa condotta per il suo baricentro.

Il lettore ricorderà che noi abbiamo a suo tempo avvertito che, in queste condizioni, *se i raggi di curvatura dell'asse geometrico si mantengono ovunque molto grandi a fronte delle dimensioni dell'area generatrice*, si usa dai tecnici ammettere che, date quelle sei caratteristiche per ciascuna sezione, le tensioni interne siano, punto per punto, quelle stesse che si avrebbero se la sezione appartenesse ad un cilindro, e la sollecitazione fosse in esso condotta in modo conforme alle ipotesi su cui poggia la teoria di Saint-Venant.

Ciò posto, se la sezione retta che si considera divide la trave in due parti indipendenti, come succede sempre quando il sistema elastico dato è semplicemente connesso, e se su una almeno di

queste due parti le forze esterne sono tutte esplicitamente date, il semplice fatto della esistenza dell'equilibrio ci permette di stabilire sei equazioni di condizione — le sei equazioni generali della statica dei sistemi rigidi — tra le sei caratteristiche del sistema delle forze esterne agenti sopra la predetta parte di trave e le sei caratteristiche del sistema delle tensioni interne che si trasmettono attraverso la sezione che la limita.

Si potrà in altre parole ripetere qui quel che, in condizioni più particolari, abbiamo affermato a pag. 111: che cioè, *date le sei caratteristiche del sistema di forze esterne agenti sopra una delle due parti in cui la trave è divisa da una sua sezione retta qualunque, restano determinate le sei caratteristiche del sistema delle tensioni interne relative a quella sezione, e viceversa.*

Naturalmente, come abbiamo già avvertito a pag. 224, non si tratterà più di adottare le formole (56): ma questo non sposta quello che è il punto fondamentale della questione: qualunque forma infatti siano per assumere le sei equazioni generali della statica, esse ci forniranno sempre il modo di passare dalla conoscenza delle forze esterne a quella delle caratteristiche della sollecitazione relativa ad una sezione generica, e quindi — attraverso l'applicazione della teoria di Saint-Venant — alla determinazione delle tensioni interne in ciascun punto della trave.

* * *

Senonchè è ben raro il caso, in pratica, che le forze agenti su una delle due parti in cui la trave è divisa da una sua sezione retta generica siano tutte note, vale a dire tutte date *a priori*.

In generale, oltre alle forze note, che compaiono cioè esplicitamente tra i dati del problema, agiscono sulla trave delle altre forze che noi abbiamo già, a suo tempo, imparato a conoscere sotto il nome di *reazioni di vincolo*, e che dai dati del problema sono definite bensì, ma solo indirettamente, in quanto tra quei dati figurano le *condizioni di vincolo*.

Possono allora darsi due casi.

Può avvenire cioè che il numero e la disposizione dei vincoli sia tale che l'applicazione preventiva delle equazioni generali della statica dei sistemi rigidi *alla intera trave* basti a permetterci di esprimere ciascuna delle reazioni in funzione delle sole

forze note: le reazioni si dicono allora *staticamente determinate*; ed è ovvio che, una volta che esse siano state calcolate nel modo testè indicato, la questione rientra completamente nei termini dianzi espressi.

Ma può anche avvenire che quella applicazione preventiva delle equazioni generali della statica dei sistemi rigidi alla intiera trave, pur fornendo un certo numero di relazioni tra le reazioni incognite e le forze date, non basti a far delle prime delle funzioni note delle seconde: si dice allora che le reazioni sono *staticamente indeterminate*, e tutto quello che si può fare si è di valersi delle equazioni della statica per esprimere un certo numero di reazioni in funzione delle forze date e delle reazioni rimanenti, le quali, per il fatto che non possono calcolarsi coi soli mezzi della statica dei sistemi rigidi, rientrano nella categoria delle *incognite iperstatiche* [cfr. pag. 251].

Ed è soltanto in funzione di queste incognite iperstatiche che, attraverso l'applicazione della teoria di Saint-Venant, si arriva in questi casi ad esprimere lo stato di tensione interna proprio di una qualunque sezione della trave.

* * *

È per questo complesso di ragioni che il problema della determinazione delle reazioni di vincolo — siano esse staticamente determinate, sicchè la loro ricerca possa farsi coll'aiuto delle sole equazioni della statica dei sistemi rigidi, o siano iperstatiche, epperò richiedano per essere calcolate l'impiego dei principii della statica dei sistemi elastici — assume, nella scienza delle costruzioni, una importanza veramente eccezionale, e di carattere fondamentale.

Ed è per questo che noi crediamo opportuno dedicare a questo problema questa Quarta ed ultima parte del presente volume.

Però, poichè è nostra intenzione trattare questo problema in modo conforme alle esigenze della tecnica, è indispensabile che noi ci soffermiamo dapprima brevemente a completare, da un punto di vista pratico, le nozioni che già possediamo sulla natura dei varii tipi di vincolo, sul modo con cui essi si realizzano, sul modo con cui funzionano, sul modo con cui in essi si sviluppano le reazioni.

Quando infatti noi abbiamo per la prima volta avuto occasione di definire e classificare le condizioni di vincolo [pag. 20], abbiamo necessariamente dovuto limitarci a distinguere tre casi possibili a seconda che dei tre gradi di libertà del punto cui si supponeva applicato, il vincolo ne eliminava uno solo, ovvero due, ovvero ancora tutti e tre.

Si trattava evidentemente di una classificazione tutt'affatto schematica ed eminentemente teorica: l'unica d'altronde che si confacesse colla generalità della trattazione in cui essa doveva inquadarsi.

Ora, nella teoria delle travi — siano esse rettilinee o ad arco — non è tanto dei movimenti dei singoli punti che noi dobbiamo occuparci, quanto di quelli delle sezioni cui essi punti appartengono: e quando più punti di una medesima sezione sono soggetti a vincoli, questi dovranno venir classificati a seconda del modo con cui, nel loro complesso, essi vincoli influiscono sulla mobilità della sezione ed in particolare del suo baricentro.

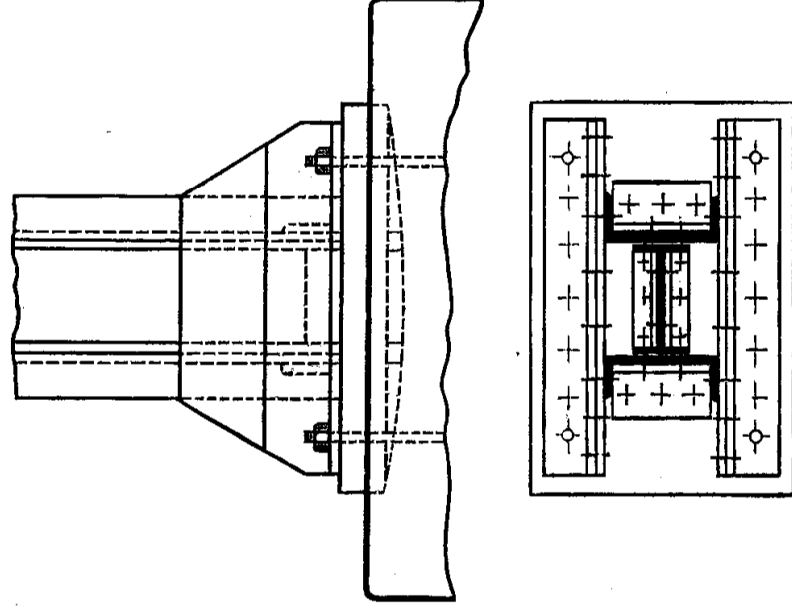


Fig. 60.

L'imporre infatti delle limitazioni ai possibili movimenti del baricentro di una sezione, od alle possibili rotazioni della sezione attorno al suo baricentro, vuol dire imporre limitazioni alle deformazioni dell'asse geometrico della trave.

E tutte le volte che dalle condizioni di vincolo si potrà dedurre l'entità di un determinato spostamento del baricentro di una sezione, ovvero della rotazione della sezione attorno al suo baricentro, si verrà con ciò a conoscere una determinata coordinata di un punto della linea elastica — deformata dell'asse geometrico — ovvero la direzione della tangente alla linea stessa in quel punto.

Ora, da questo punto di vista, tre sono ancora le possibilità che si possono presentare; e sono le seguenti:

1° nessun movimento è consentito alla sezione vincolata, la quale è quindi da riguardarsi come assolutamente fissa nello spazio: un punto della linea elastica è dato ed è data la tangente alla linea in esso;

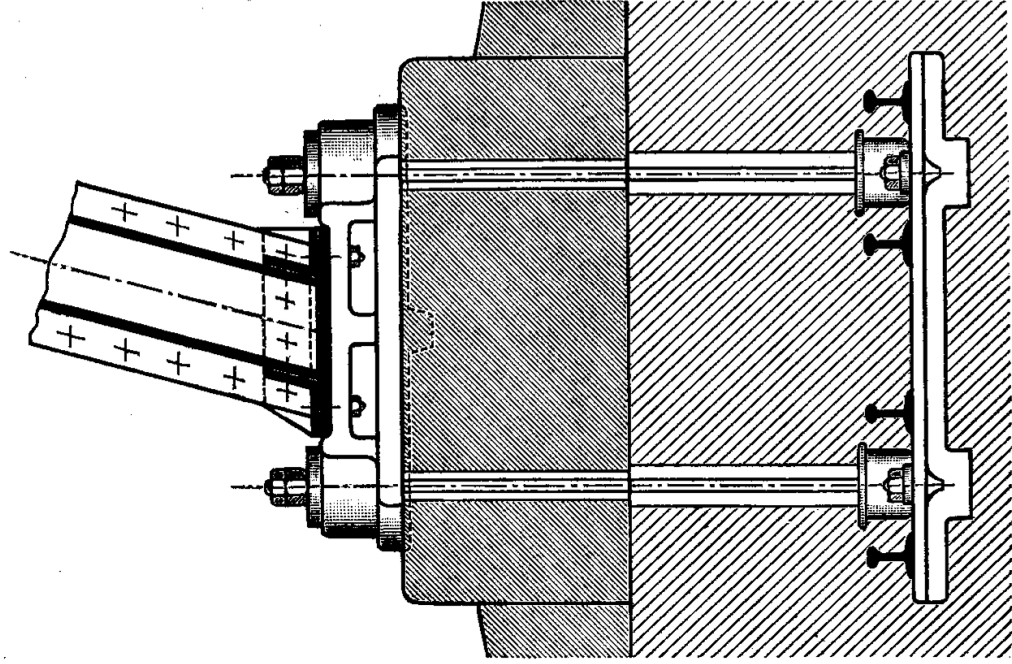


Fig. 61.

2° è fisso nello spazio il solo baricentro della sezione, ma questa resta libera di ruotare e quindi di orientarsi comunque attorno ad esso: come già nel primo caso un punto della linea elastica viene ad essere determinato, ma resta incognita questa volta la relativa tangente;

3° il baricentro è libero di spostarsi, ma solo secondo una data direzione; inoltre la sezione è libera di ruotare e quindi di orientarsi comunque attorno ad esso: ne viene che tanto il

corrispondente punto della linea elastica come la relativa tangente sono sconosciuti: è nota però la direzione dello spostamento; è data cioè una retta su cui il punto deve trovarsi.

* * *

A queste tre possibilità corrispondono in pratica numerosi e svariatissimi dispositivi costruttivi, che noi, ai fini del nostro studio, ridurremo però a tre soli tipi fondamentali.

PRIMO TIPO: *L'incastro*, vale a dire l'unione rigida della sezione — e più precisamente di un conveniente numero di suoi punti — ad un corpo indeformabile e fisso nello spazio (che sarà, a seconda dei casi, una pila, una spalla, un blocco di fondazione, o qualche cosa di simile) mediante organi di collegamento (chiodi, viti, bulloni, chiavarde, ecc.) capaci di sviluppare qualunque complesso di reazioni che valga ad equilibrare quella qualunque sollecitazione che alla sezione potesse venir applicata.

La reazione di un tale vincolo deve quindi poter assumere — s'intende entro certi limiti — quella qualsiasi intensità e posizione che la sollecitazione esterna caso per caso richieda: è quindi necessariamente una forza completamente indeterminata non solo per ciò che concerne la sua grandezza, ma anche per quel che si riferisce alla sua linea d'azione ed al suo punto di applicazione.

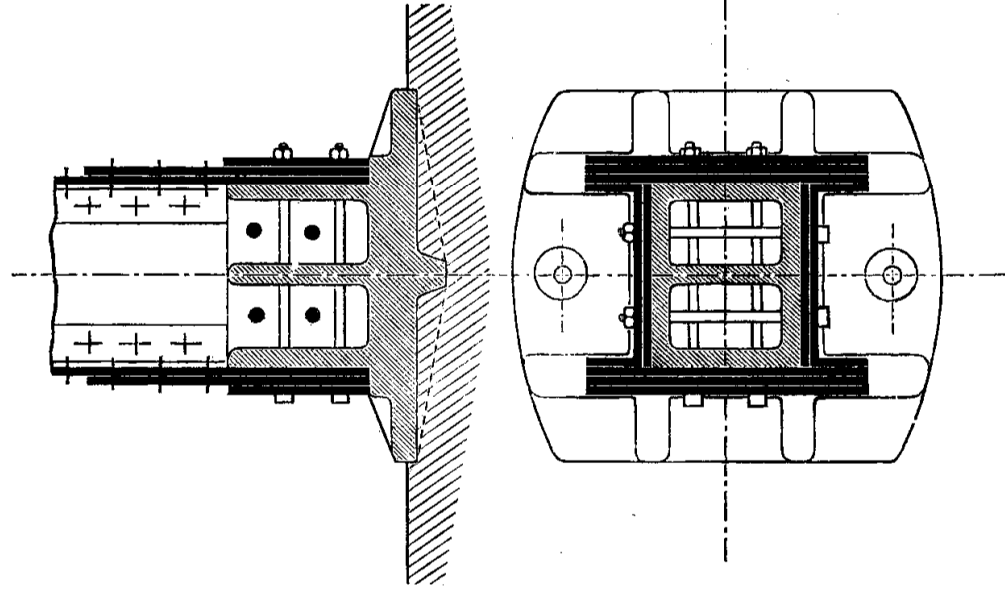


Fig. 62.

Dal punto di vista costruttivo si passa dal caso semplice delle figure 60 e 61, in cui l'unione della trave colla piastra d'incastro è fatta mediante un adatto sistema di ferri d'angolo, a quello della figura 62, in cui l'organo di attacco viene completamente investito dai ferri componenti la trave, e reso ad essa solidale mediante un sistema di bulloni passanti.

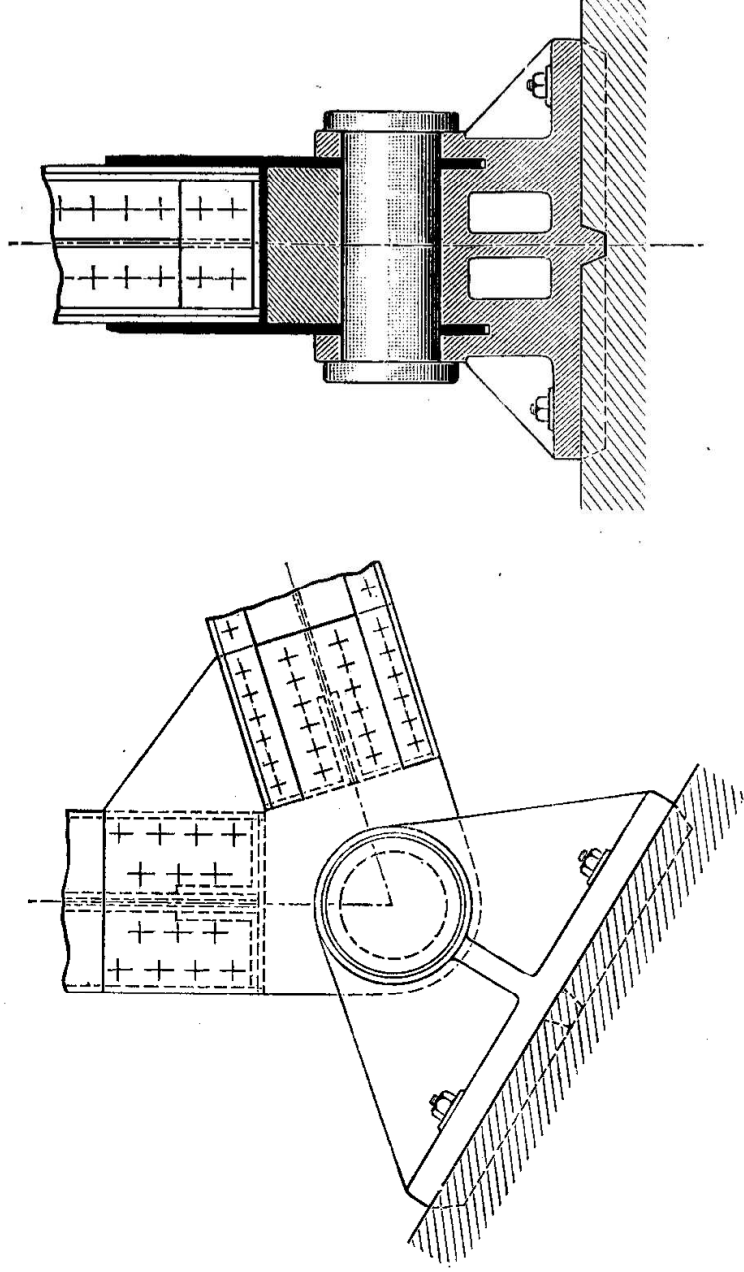


Fig. 63.

SECONDO TIPO: *La cerniera*, cioè l'unione del sistema elastico al solito corpo fisso ed indeformabile, effettuata mediante un organo di collegamento capace di impedire gli spostamenti lasciandoli però libere le rotazioni, e quindi atto a sviluppare una reazione passante per un punto dato *a priori* e del resto affatto qualunque, cioè indeterminata tanto in direzione quanto in grandezza.

Dal punto di vista costruttivo l'organo di collegamento ha ben raramente (e solo quando si tratta di piccoli sforzi) la forma tipica della *cerniera*, costituita da un perno passante entro fori opportunamente praticati nelle parti da collegare (fig. 63).

Più frequentemente l'organo di collegamento ha la forma rappresentata nella figura 64, in cui il perno è semplicemente

imprigionato tra due cavalletti, uno dei quali è fisso, mentre l'altro è collegato alla trave.

A volte il perno può anche mancare, o meglio essere incorporato in uno dei cavalletti, il quale termina allora con una superficie cilindrica convessa sulla quale si adagia la corrispondente superficie concava dell'altro cavalletto.

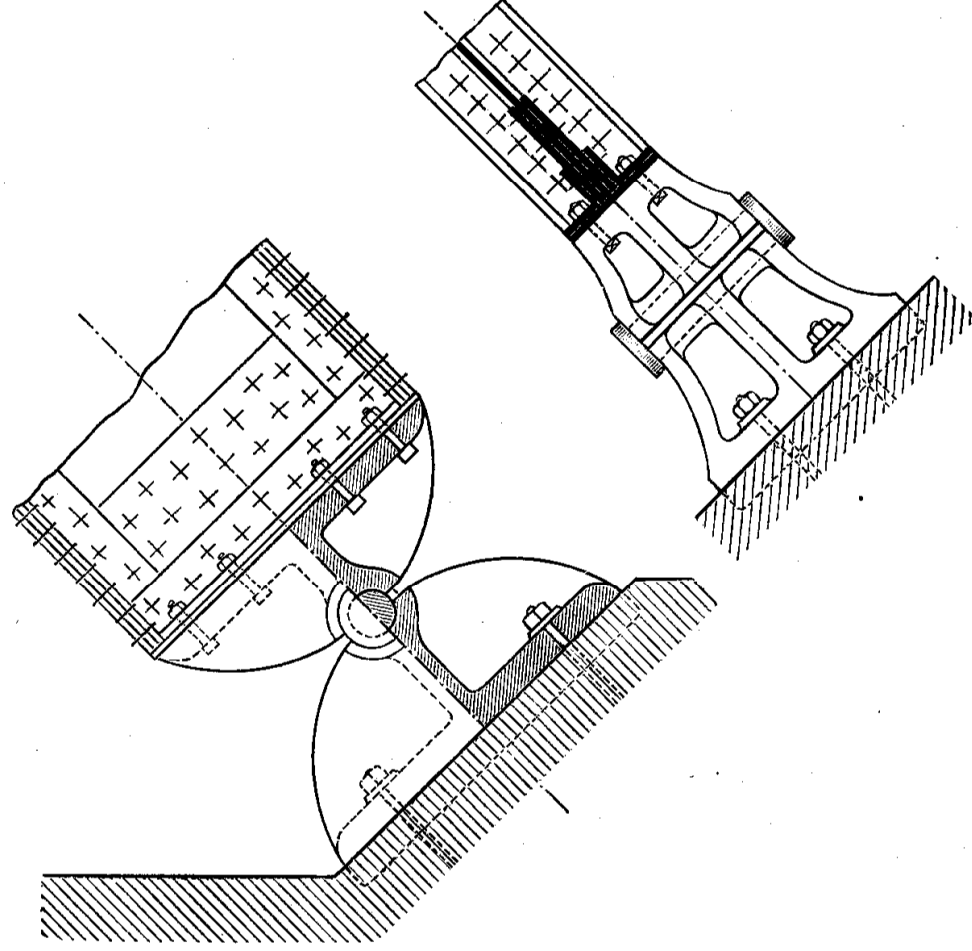


Fig. 64.

La figura 65 rappresenta, parte in vista e parte in sezione, un dispositivo molto comune per non grandi sforzi, nel quale il perno fa corpo col supporto fisso.

Nelle figure 66 e 67 si trovano invece rappresentati (in scala più piccola) due dispositivi in uso per travi da ponte soggette a sforzi molto considerevoli, nei quali il perno fa corpo col cavalletto oscillante e quindi colla trave.

TERZO TIPO: *Il semplice appoggio*, che ha per iscopo di guidare il baricentro di una data sezione della trave costringendolo a percorrere una traiettoria data senza ostacolare le rotazioni della sezione.

Esso deve sviluppare un'azione che, oltre al passare per il baricentro stesso, deve avere una direzione ben determinata (normale alla accennata traiettoria) e di cui non resta quindi di indeterminato che la grandezza.

Un modo semplice di realizzare un simile tipo di vincolo è quello di munire tanto la trave quanto la base di fondazione di piastre ben levigate e di far poi poggiare l'una sull'altra coll'intermediario di un rullo cilindrico (fig. 68).

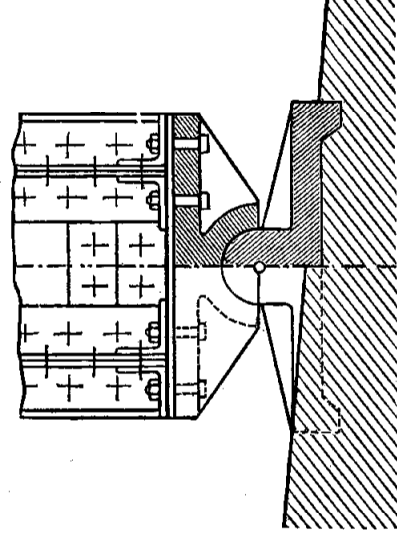


Fig. 65.

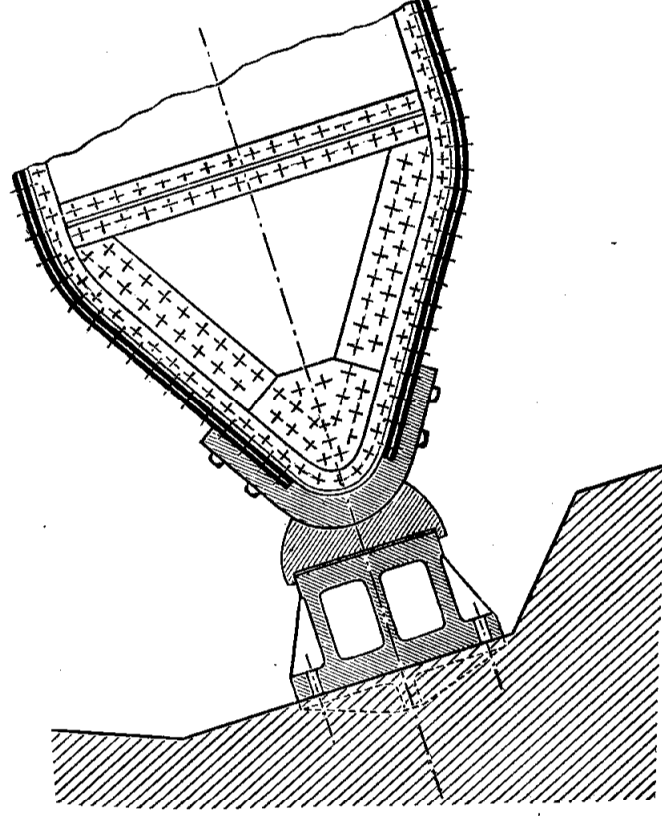


Fig. 66.

Ma questo dispositivo è applicabile solo per piccoli sforzi: là dove l'intensità della reazione può divenir più grande un solo rullo non basta più: ce ne vogliono due, o più di due (figg. 69 e 70). Allora però non si può più collegare la piastra

mobile direttamente alla trave: se si vuole che, da una parte, il carico si ripartisca bene tra i vari rulli, e che, d'altra parte, non siano ostacolate le rotazioni della sezione vincolata, bisogna limitare il collegamento della piastra mobile colla trave al semplice contatto di una superficie convessa contro una piana (fig. 69) coll'aggiunta al più di una chiave centrale atta ad impedire gli eventuali scorrimenti dell'una superficie sull'altra.

Migliori risultati si ottengono se si adotta addirittura una combinazione del carrello a rulli colla cerniera, come è indicato nelle figure 70 e 71.

In quest'ultima, allo scopo di accrescere il numero dei rulli su cui si ripartisce il carico senza eccedere nelle dimensioni del

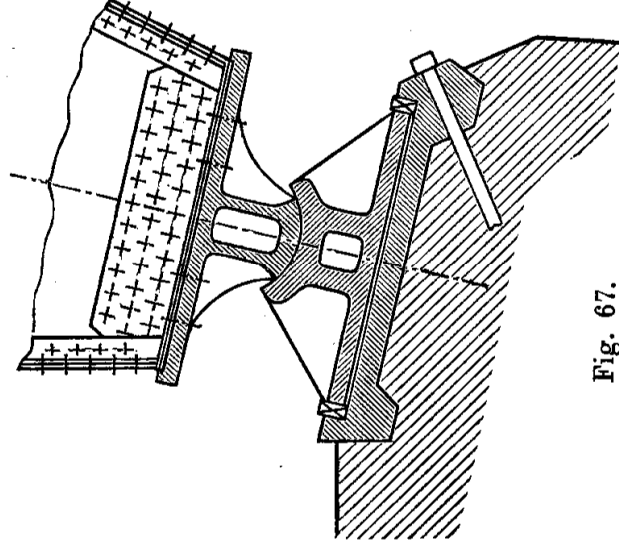


Fig. 67.

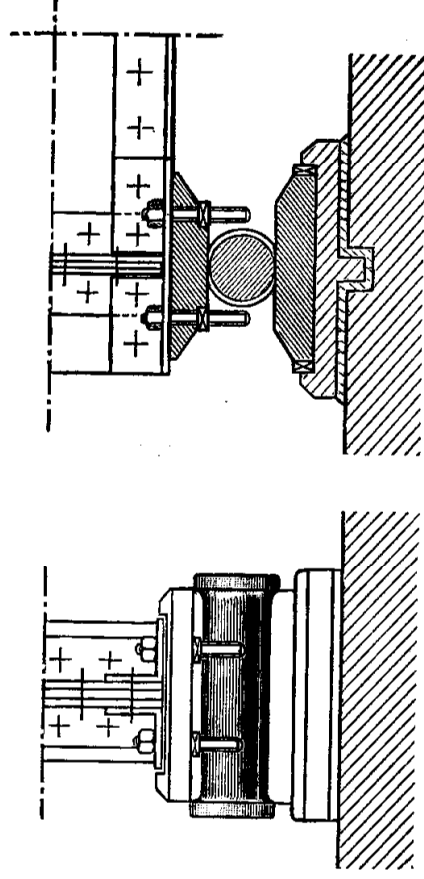


Fig. 68.

carrello, si è approfittato del fatto che gli spostamenti che la trave può avere occasione di subire non sono poi mai, in pratica, molto grandi, e non producono quindi che rotazioni dei rulli di una ampiezza assai limitata, e si sono ridotti i rulli stessi a delle specie di ritti, terminanti sopra e sotto colla superficie cilindrica primitiva, e portanti lateralmente delle tacche

disposte per modo che, ove la rotazione superasse accidentalmente il limite massimo previsto, i diversi ritti verrebbero a poggiare gli uni sugli altri formando un blocco unico capace di impedire ogni movimento ulteriore.

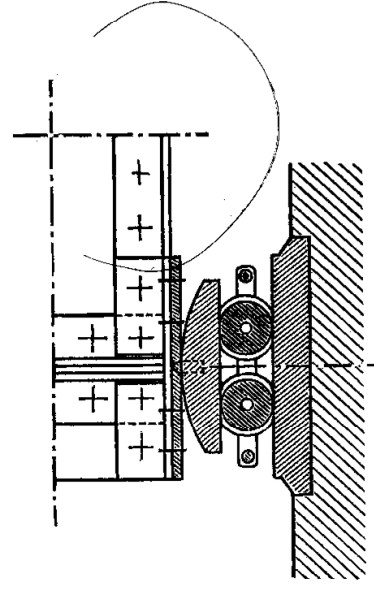


Fig. 69.

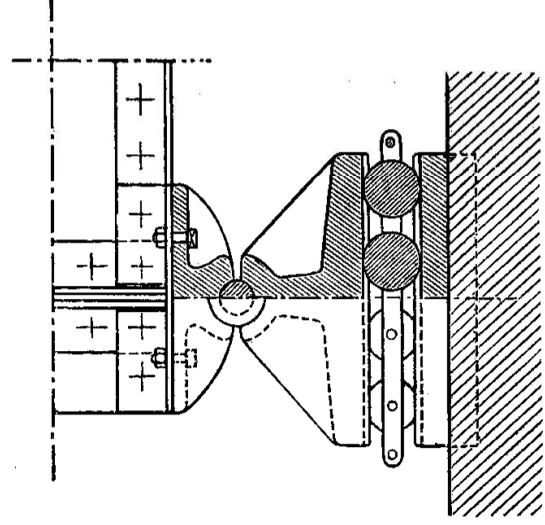


Fig. 70.

S'intende che tutti questi dispositivi presuppongono che la reazione del vincolo, pur potendo mutar di grandezza al variar

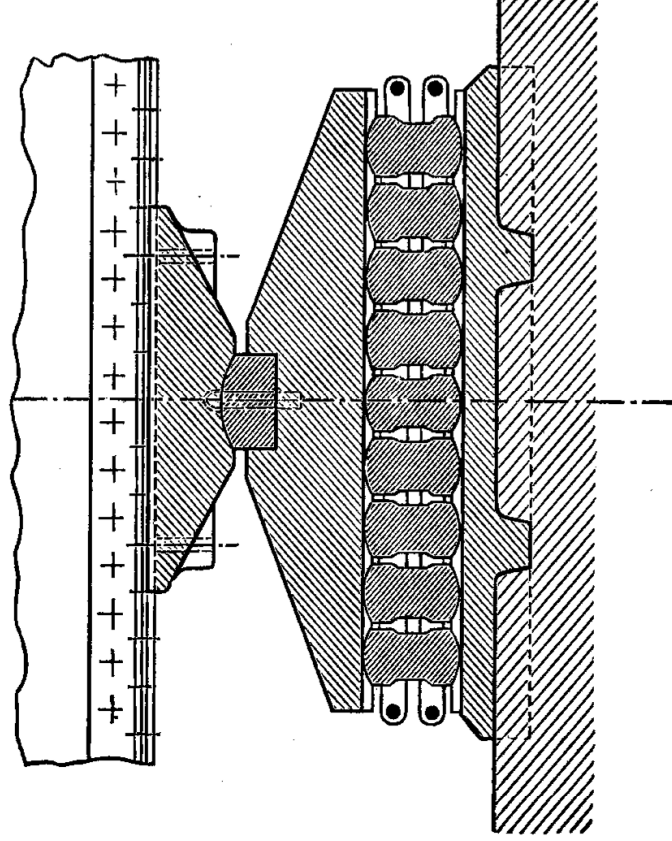


Fig. 71.

delle forze esterne cui deve far equilibrio sia sempre diretta dal basso verso l'alto: e questo è in realtà il caso più frequente nelle applicazioni.

Ma può anche accadere che la reazione di un appoggio debba, al variar dei carichi, mutar anche di segno e rivolgersi dall'alto verso il basso.

Bisogna allora che l'organo di appoggio sia previsto in modo da poter sviluppare anche reazioni negative.

Un tale intento si consegue generalmente col'aggiunta di tiranti nei modi indicati nelle figure 72 e 73.

Non è però nostro proposito dilungarci qui sulle complicazioni costruttive a cui questa ed altre esigenze della tecnica possono dar origine.

Vogliamo piuttosto, prima di terminare, far cenno di un altro modo, staticamente equivalente, ma costruttivamente affatto diverso, di realizzare l'appoggio semplice di una trave: e consiste nel collegare questa al solito sistema fisso ed indeformabile mediante una biella od asta articolata a cerniera ad entrambe le estremità.

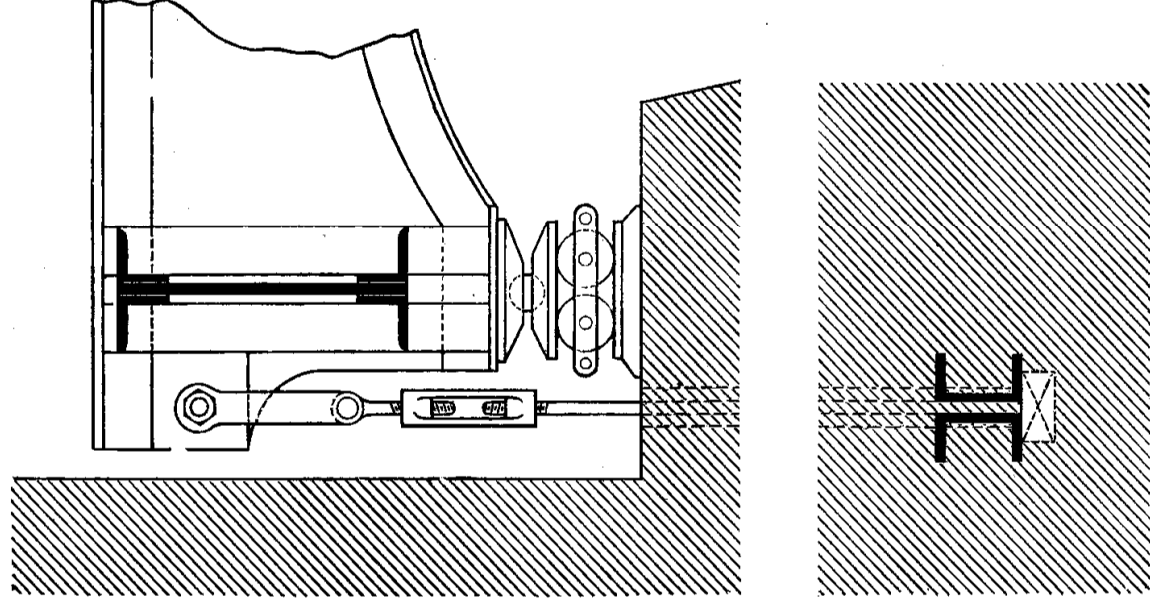


Fig. 72.

Citiamo a titolo di esempio i dispositivi rappresentati nelle figure 74, 75 e 76, i quali realizzano, con precisione anche maggiore di quella raggiungibile coi carrelli a rulli, la determinazione della direzione della reazione che è caratteristica dell'appoggio semplice.

*
*
*

Non bisogna invero che noi perdiamo di vista il fatto che, quando si passa dagli schemi teorici alla realtà degli organi

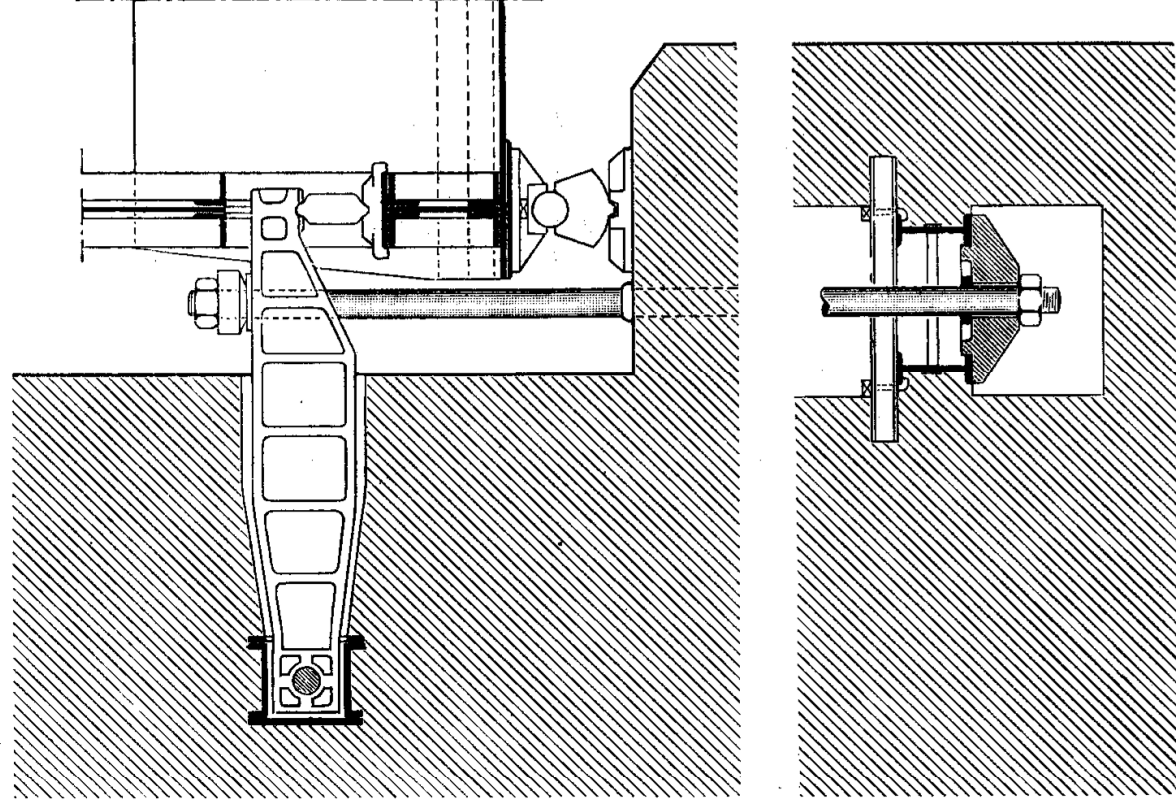


Fig. 73.

costruttivi, le caratteristiche elencate per ciascuno dei tre tipi considerati di vincolo riescono poi realizzate solo in via di approssimazione.

Il cosiddetto corpo fisso ed indeformabile a cui i vincoli collegano il sistema elastico, non è mai, in pratica, nè assolutamente fisso nè rigorosamente indeformabile.

E più o meno deformabili sono sempre gli stessi materiali con cui sono costruiti gli organi di collegamento.

Ne segue che quei movimenti che i vincoli dovrebbero impedire sono bensì energicamente ostacolati, ma non sono mai assolutamente annullati.

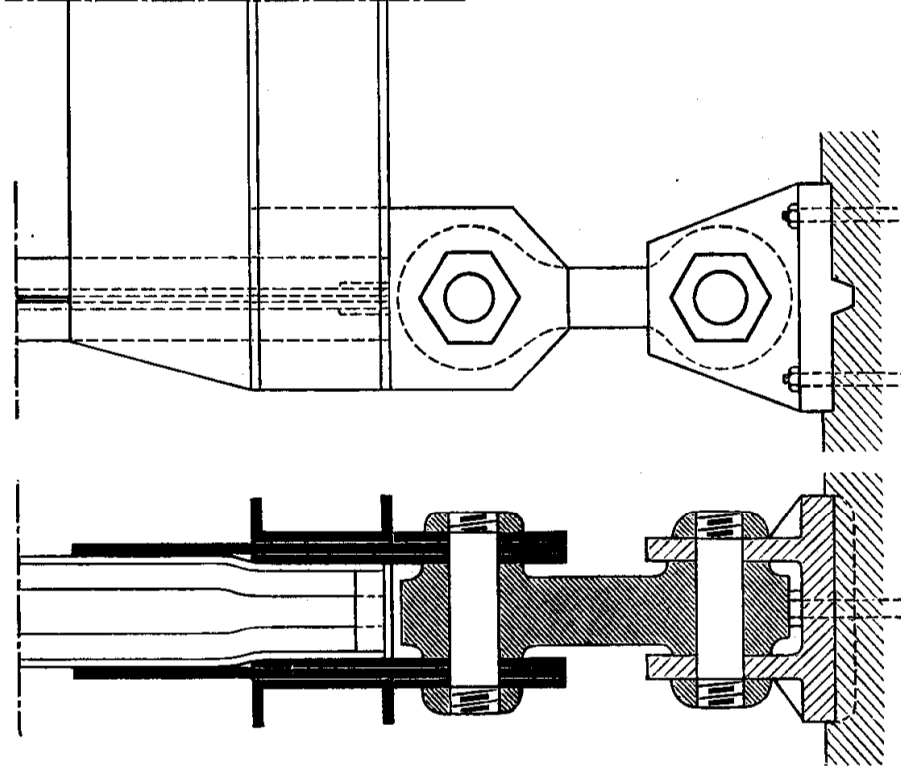


Fig. 74.

Per contro, quei movimenti che i vincoli dovrebbero, teoricamente, lasciar affatto liberi, sono poi invece in maggiore o minor misura contrastati dalle resistenze di attrito che inevitabilmente si sviluppano tra le varie superficie in contatto: resistenze che, negli apparecchi sopra descritti, sono sovente tutt'altro che trascurabili, sia per l'entità non di rado ragguardevole delle pressioni unitarie che vi si trasmettono, sia ancora per le difficoltà che quasi sempre si frappongono ad una razionale manutenzione, e che in pratica impediscono una lubrificazione efficace dei perni e dei rulli.

Tener conto nei calcoli statici di queste resistenze di attrito non sarebbe poi molto difficile, quando ben s'intende si accetti

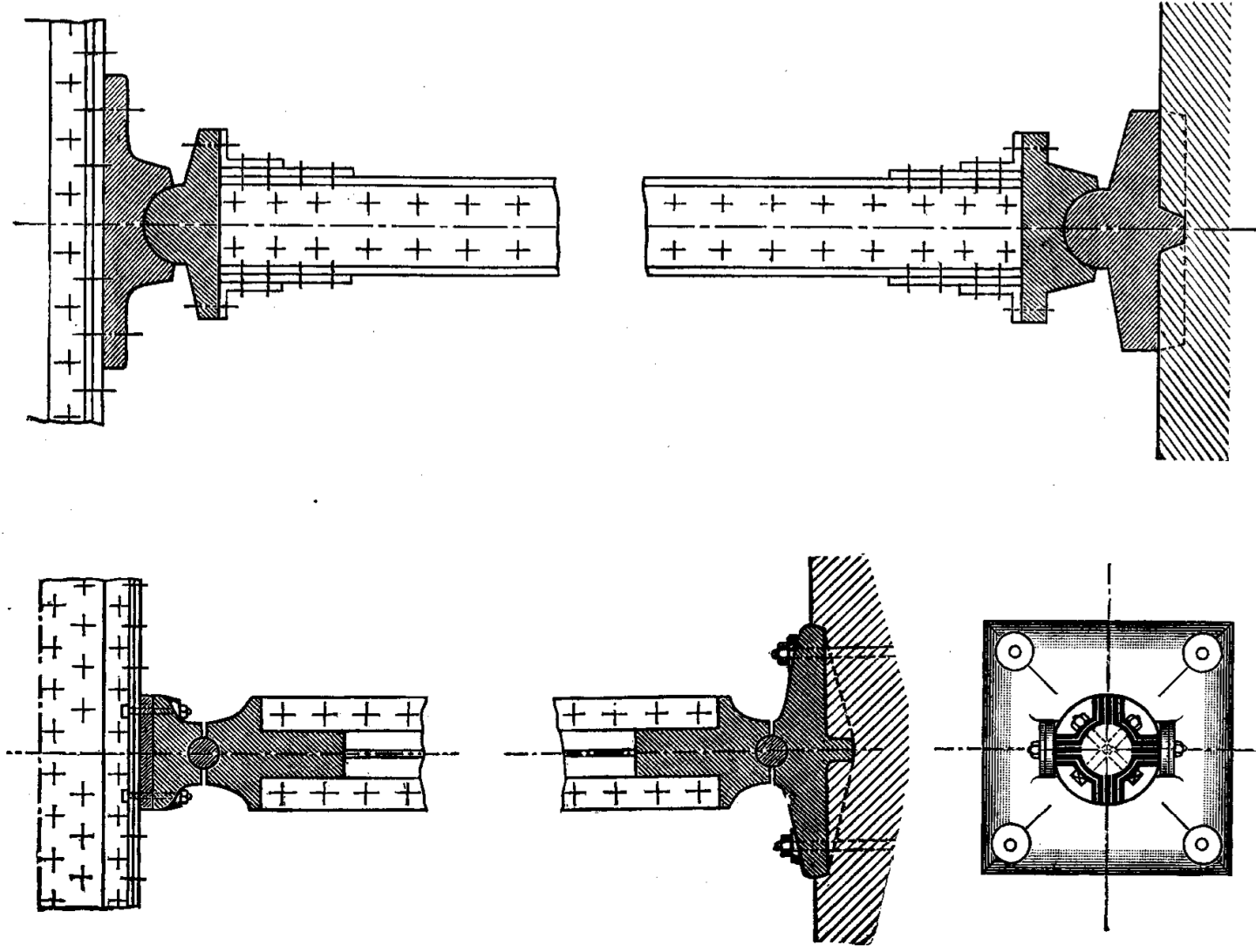


Fig. 75.

Fig. 76.

il solito rapporto di proporzionalità tra esse resistenze e le reazioni normali che esse accompagnano.

Ma sulla scelta dei coefficienti da adottarsi in casi come questi — in cui sotto l'azione degli agenti atmosferici le superficie metalliche in contatto si ricoprono facilmente di uno strato di ossido — e sulla applicabilità loro in ogni singolo caso speciale, regna tale incertezza da legittimare ogni dubbio sul valore dei risultati che si potrebbero ottenere.

Più interessante sotto ogni punto di vista — sia per l'importanza intrinseca del fenomeno, sia per l'attendibilità dei risultati cui si perviene — è la ricerca dell'influenza dei cedimenti, elastici o non elastici, dei vincoli.

Di questi cedimenti non mancheremo quindi di far vedere, a tempo debito, come si possa tener conto nel calcolo delle reazioni, anzi addirittura nel tracciamento delle relative linee d'influenza.

* * *

A proposito delle quali linee d'influenza, due parole sono qui necessarie che dian ragione della preferenza che noi sistematicamente accorderemo qui a questa particolare forma di rappresentazione delle incognite.

Le nostre incognite, reazioni dei vincoli, saranno sempre delle funzioni dei carichi — vale a dire della grandezza, della direzione e della posizione dei carichi — funzioni generalmente molto complesse e che soltanto nei casi più ovvii e particolari sono suscettibili di essere espresse analiticamente in forma semplice.

Si capisce pertanto come una rappresentazione grafica sia generalmente preferibile per la sua intuitiva evidenza, che non si sminuisce neppure nei casi in cui la funzione rappresentata presenta le più singolari anomalie, che anzi mette queste anomalie in piena luce ed attira su di esse l'attenzione dello studioso.

Ma da quanto abbiamo già avuto occasione di dire incidentalmente sull'argomento delle linee d'influenza a pag. 269 e 312 il lettore avrà certamente ritenuto un punto che è di fondamentale importanza; ed è questo: che esse si prestano a mettere in evidenza la legge con cui varia la funzione rappresentata allorché delle diverse caratteristiche del carico (grandezza, direzione e posizione) ne varia una sola, per esempio la posizione, ovvero la direzione, ferma restando l'altra, nonché la

grandezza (in ordine alla quale il rapporto di dipendenza delle reazioni dai carichi è notoriamente un semplice rapporto di proporzionalità).

Convien dunque che ci intendiamo sul modo con cui siffatte linee di influenza potranno poi venire utilizzate quando si abbia a fare con sistemi elastici sui quali possano venire indifferente-mente applicati carichi di grandezza, direzione e posizione affatto qualunque.

* * *

A questo punto però un'avvertenza preliminare si impone. Si usa infatti distinguere i carichi agenti, per esempio, sopra una trave in due grandi categorie, a seconda che essi sono *concentrati* nei loro punti di applicazione ovvero sono *distribuiti con continuità* su porzioni più o meno estese di superficie o di volume.

Ora, a rigore — è bene dirlo subito e ben chiaramente — non esistono in natura forze concentrate.

Quelle che abitualmente si dicono tali sono le azioni che si esercitano attraverso il contatto di un corpo con un altro: ma la naturale deformabilità dei corpi, anche i più duri, fa sì che, nelle immediate vicinanze del punto teorico di contatto delle loro superficie, queste si deformino, si schiaccino, si appiattiscano, per modo che il contatto dei due corpi non resta mai limitato a quel solo punto, ma si estende sempre ad una certa porzione di superficie che può anche essere molto piccola, ma che è sempre finita.

Il guaio è che a queste poche notizie semplicemente qualitative si limitano le nostre cognizioni sull'argomento: legge di distribuzione delle azioni di contatto e stato di deformazione degli elementi di superficie su cui esse si esercitano sono funzione l'una dell'altra: e la più grande incertezza regna sempre sulle dimensioni stesse della porzione di superficie interessata.

Perciò, fino a che tale porzione si mantiene abbastanza piccola a fronte del solido cui appartiene, si preferisce in pratica trascurarne le dimensioni identificandola col punto di contatto geometrico, e sostituire alle effettive azioni di contatto incognite e ben difficilmente calcolabili, la loro risultante che non di

rado è nota, in ogni caso è assai più facilmente determinabile [cfr. pag. 40].

Vi sono invece dei casi in cui il concetto della continuità nella distribuzione del carico si impone: sono quelli in cui esso interessa vaste regioni della superficie o del volume del solido, e vi agisce con legge perfettamente definita: tipici sono i casi del peso proprio del solido, e delle pressioni su di esso esercitate da un fluido nel quale esso sia parzialmente o totalmente immerso.

Ma il lettore è avvertito che non deve attribuire alla distinzione un valore assoluto.

Gli accadrà infatti di imbattersi in problemi nei quali — dovendosi per esempio valutare gli effetti di un carico distribuito sopra elementi del solido situati a ragguardevole distanza dalla regione di applicazione del carico — potrà presentarsi come consigliabile (nel senso di maggiormente comoda e nel tempo stesso sufficientemente approssimata) la sostituzione di determinate porzioni di carico ripartito colle rispettive risultanti da trattarsi come se fossero delle forze concentrate.

Come gli potrà accadere di imbattersi in altri problemi, nei quali un insieme di carichi che, presi uno per uno, dovrebbero necessariamente riguardarsi come concentrati, perchè interessanti ciascuno una porzione effettivamente molto piccola di superficie, si succedono con una specie di regolarità tale da far passare la legge effettiva (e per lo più incognita) di applicazione, in seconda linea d'importanza per rapporto alla distribuzione d'assieme.

Nei casi di questo genere — citiamo come tipico l'esempio di una folla di persone che gremisca l'impalcato di un ponte — l'insieme di tanti carichi concentrati può con vantaggio venire sostituito, nei calcoli statici, con un equivalente carico distribuito.

**

Tutto ciò premesso, noi diremo di aver costruita la linea d'influenza di una determinata reazione di vincolo quando avremo tracciato in disegno un diagramma la cui ordinata generica η , letta su di una determinata retta, misuri, in una scala nota, la grandezza della reazione considerata nella ipotesi che

sul sistema dato agisca un'unica forza esterna concentrata P avente quella retta per linea d'azione.

A seconda che si suppone che la linea d'azione della forza P si possa spostare nel piano del disegno ruotando attorno ad un punto dato, ovvero mantenendosi parallela ad una data direzione, la linea d'influenza dovrà naturalmente intendersi riferita ad un sistema di coordinate polari, ovvero ad un sistema di coordinate cartesiane.

A dire il vero, per definire completamente la posizione della forza, non basta darne la linea d'azione, occorre ancora precisare su di essa il suo punto di applicazione.

In pratica si sottintende sempre che, nel primo dei due casi prospettati, il punto di applicazione resti immutato in quel medesimo punto attorno a cui ruota la linea d'azione della forza.

Nell'altro caso, invece, bisogna necessariamente ammettere che il punto di applicazione si sposti e descriva una linea: nella teoria delle travi e degli archi questa linea si identifica sempre coll'asse geometrico.

Fermiamoci, tanto per fissar le idee, su quest'ultimo caso, che è poi il più frequente ed il più ricco di applicazioni utili nella pratica: ed assumiamo la grandezza P della forza (per cui la linea d'influenza è stata tracciata) come unitaria, vale a dire adottiamola come unità di misura delle forze.

Se ora si suppone che sulla trave data vengano ad agire n forze concentrate, aventi tutte la direzione stessa di P (direzione che supporremo, per intenderci, coincidente colla direzione dell'asse y) ed indicate con

$$P_1 \quad P_2 \quad P_3 \dots P_n$$

le loro grandezze, riferite come d'intesa alla predetta unità di misura, si denotano con

$$\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3 \dots \eta_n$$

le ordinate, lette nella loro scala, che la linea d'influenza inter-cetta sulle rispettive linee d'azione (fig. 77), la grandezza della reazione dovrà, per il principio di sovrapposizione degli stati di equilibrio, risultare espressa dalla somma

$$P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + P_3\eta_3 + \dots + P_n\eta_n$$

Se invece si suppone che sulla trave data agisca (sempre nella stessa direzione dell'asse y) un carico distribuito, e si indica

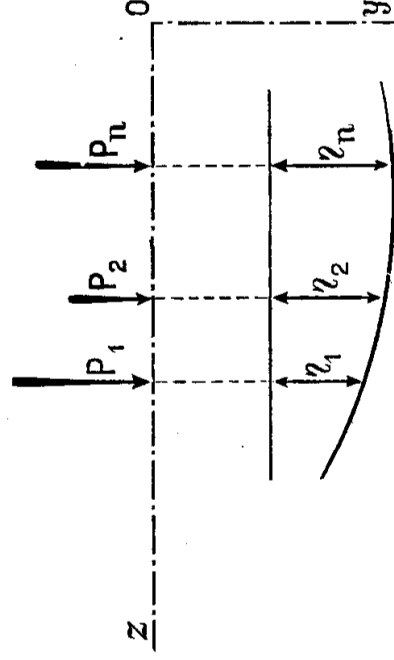


Fig. 77.

con p l'intensità di questo carico, cioè il suo valore riferito all'unità di lunghezza computata normalmente alla sua direzione

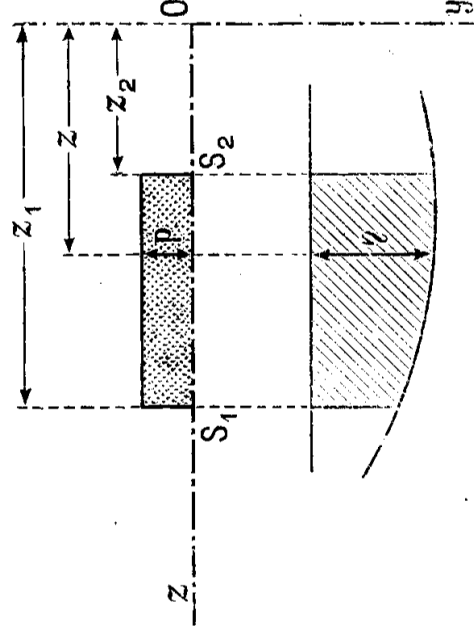


Fig. 78.

(e quindi parallelamente all'asse z), la grandezza della solita reazione dovuta al carico complessivo

$$\int_{z_1}^{z_2} p \cdot dz$$

insistente sulla porzione di trave compresa fra due sezioni generiche S_1 ed S_2 (fig. 78) sarà della forma

$$\int_{z_1}^{z_2} p \cdot \eta \cdot dz$$

Quando il carico è distribuito uniformemente — quando cioè il variare di z l'intensità p si mantiene costante — la grandezza della reazione viene a potersi esprimere col prodotto

$$p \int_{z_1}^{z_2} \eta \cdot dz$$

della intensità costante del carico per l'area

$$\int_{z_1}^{z_2} \eta \cdot dz$$

(tratteggiata in figura) racchiusa fra la linea d'influenza, l'asse a cui essa è riferita, e le sue ordinate estreme corrispondenti ad S_1 e ad S_2 .

* * *

A proposito dei differenti modi con cui un carico può venire applicato ad una trave, non possiamo qui passar sotto silenzio il caso dei *carichi ad azione indiretta*.

Accade non di rado, in pratica, che i carichi siano applicati alle travi od agli archi, non direttamente, bensì coll'intermediario di una soprastruttura la quale trasmette la loro azione solo a certi punti ben determinati del sistema portante.

Anche senza voler ricorrere all'esempio classico di certe

strutture arcuate alle quali i

pesi transitanti sulla soprastante

impalcatura son trasmessi a

mezzo di montanti nel modo schematicamente

rappresentato in figura 79, basterà citare il caso

anche più comune dei ponti

ferroviarii in cui i pesi mobili

scorrenti sulle rotaie vengono

da queste trasmessi alla travata

portante per mezzo di travi

secondarie o traverse disposte

nel modo indicato in figura 80.

Ammettendo che alla trasmissione

di un dato carico siano in-

teressate soltanto le due traverse

adiacenti — ciò che a rigore

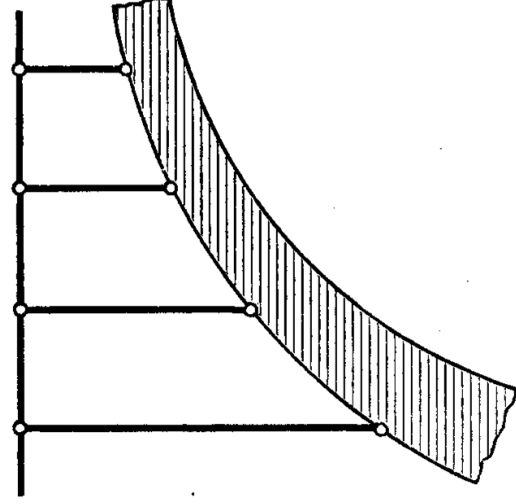


Fig. 79.

teressate soltanto le due traverse adiacenti — ciò che a rigore

è vero soltanto se la soprastruttura è interrotta in corrispondenza di ciascuna traversa, e resa così in ciascun campo indipendente dai campi vicini — ad ogni carico P si debbono immaginar sostituite le sue due componenti

$$P' = P \frac{z''}{z' + z''} \quad \text{e} \quad P'' = P \frac{z'}{z' + z''}$$

aventi per linee d'azione le verticali estreme del campo.

Tali componenti dovrebbero poi venire al solito moltiplicate rispettivamente per le ordinate η' ed η'' della linea d'influenza, lette sulle verticali stesse.

Ora, dalla figura si ricava facilmente che

$$P' \eta' + P'' \eta'' = P \left(\eta' \frac{z''}{z' + z''} + \eta'' \frac{z'}{z' + z''} \right) = P \eta$$

essendo η l'ordinata intercetta sulla verticale di P dalla corda della linea d'influenza condotta per gli estremi di η' e di η'' .

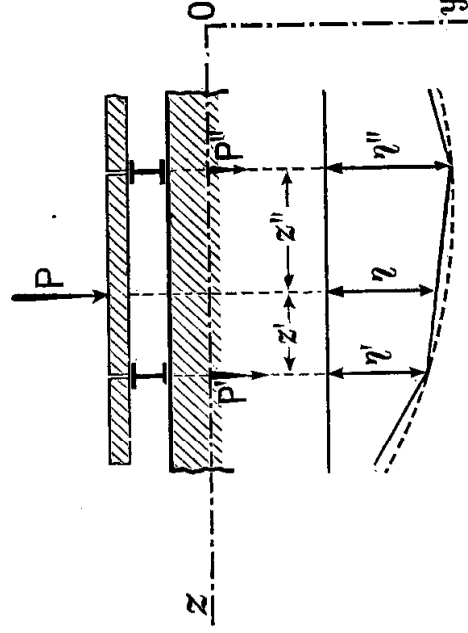


Fig. 80.

La conclusione è questa, che si può, nel calcolo della reazione, riferirsi direttamente al carico originario P — evitando la sua decomposizione nelle P' e P'' e quindi prescindendo completamente dalla particolare disposizione dell'impalcatura, ed operando come se esso carico agisse direttamente sulla travata portante — a condizione che alla primitiva linea d'influenza si sostituisca la poligonale in essa inscritta che ha i vertici sulle verticali delle singole travi secondarie.