

FONTI PRINCIPALI

- NAVIER - B. DE SAINT-VENANT. *Résumé des leçons sur l'application de la mécanique*. Paris, Dunod, 1864.
- CLEBSCH. *Théorie de l'élasticité des corps solides traduite (avec notes) par Barré De Saint-Venant et Flamant*. Paris, 1883.
- B. DE SAINT-VENANT. *Mémoire sur la torsion des prismes et cylindres*. Mémoires des savants étrangers. Paris, 1855.
- B. DE SAINT-VENANT. *Mémoire sur la flexion des prismes et cylindres*. Journal de Mathématique de Liouville. Série 2. t. 1. 1856.
- H. POINCARÉ. *Leçons sur la théorie de l'élasticité*. Paris, 1892.
- ERNESTO CESARO. *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*. Torino, 1894.
- A. E. H. LOVE. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge, Univ. Press. 1927, (4. edit).
- ROBERTO MARCOLONGO. *Teoria matematica dello equilibrio dei corpi elastici*. Milano, U. Hoepli, 1904.
- C. BACH. *Elasticität und Festigkeit*. Berlin, Springer, 1911.
- H. BOUASSE. *Théorie de l'élasticité*. Résistance des Matériaux. Delagrave, Paris, 1920.
- A. FÖPPL. *Vorlesungen über technische Mechanik*. Leipzig, 1907-12.
- A. FÖPPL. *Drang und Zwang*. München-Berlin, Oldenburg, 1920-28.
- CAMILLO GUIDI. *Lezioni di scienza delle costruzioni*. Torino, V. Bona, 1912.
- GUSTAVO COLONNETTI. *La statica delle costruzioni*. Torino, U. T. E. T. 1928-32.

INDICE

INTRODUZIONE GENERALE pag. 1

PARTE I

MECCANICA DEI CORPI CONTINUI -- FONDAMENTI DELLA TEORIA DELL' ELASTICITÀ

Capitolo I -- GENERALITÀ DEI SOLIDI ELASTICI.

1 -- Generalità sulle deformazioni	pag. 7
2 -- Varie proprietà dei solidi elastici.	» 11
3 -- Deformazioni piccole assimilabili ad infinitesimi.	» 12

Capitolo II ANALISI DELLA DEFORMAZIONE.

4 -- Generalità.	» 14
5 -- Deformazione di una particella (elemento di volume) di un corpo continuo	» 14
6 -- Coefficiente di dilatazione lineare -- Scorrimento mutuo di due direzioni	» 17
7 -- Teoremi relativi	» 22
8 -- Relazioni fra le componenti di deformazione.	» 24
9 -- Spostamento rigido e deformazione pura di una particella. Quadriche di deformazione e di dilatazione	» 26
10 -- Ricerca degli assi e delle dilatazioni principali. Invarianti di deformazione	» 31
11 -- La dilatazione cubica	» 33
12 -- Formula di Gauss per la trasformazione di integrali di volume in integrali di superficie e viceversa	» 34

Conseguenze della formula di GAUSS:		
a)	Teorema della divergenza o del flusso.	pag. 38
b)	Teorema del gradiente	» 39
c)	Teorema della circuitazione, o del flusso di rotazione (Teorema di STOKES)	» 40
13	— Espressione della dilatazione cubica ricavata dal teorema della divergenza.	» 44
14	— Relazioni tra le componenti di deformazione: condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza e continuità delle funzioni u, v, w	» 45
15	— Formole di trasformazione di coordinate	» 47
15 bis	— Applicabilità del presente capitolo allo studio del moto dei fluidi	» 47
Capitolo III — ANALISI DELLE PRESSIONI INTERNE IN UN CORPO CONTINUO.		
16	— Generalità sulle pressioni interne.	» 48
17	Componenti speciali di pressione. Loro relazioni colle componenti ortogonali. Teorema fondamentale di CAUCHY.	» 51
18	— Equazioni indefinite per l'equilibrio di un corpo continuo	» 53
19	Componente normale di pressione su un elemento superficiale generico	» 58
20	— Ellissoide di LAMÉ. Quadriche di pressione o di direzione	» 61
21	— Elementi e direzioni principali di pressione. — Pressioni principali	» 65
22	L'analisi delle pressioni in un punto studiata per via geometrica sintetica	» 68
23	— Interpretazione delle direzioni principali. Linee isostatiche	» 70
Capitolo IV — L'EQUILIBRIO DEI SOLIDI ELASTICI.		
24	Legge sperimentale di HOOKE. Proprietà elastiche dei solidi naturali	» 73
25	— Corpi isotropi ed anisotropi. Moduli di elasticità. Altre costanti elastiche	» 74
26	— Il principio della sovrapposizione degli effetti.	» 77
27	— Relazioni tra le pressioni (o le tensioni) e le deformazioni in un solido elastico isotropo	» 78

28 — Le equazioni dell'equilibrio dei solidi elastici isotropi		
29 — Potenziale di elasticità. Lavoro di deformazione.	<i>pag.</i>	86
30 — Proprietà del potenziale elastico	»	92
31 — Il potenziale elastico per i solidi isotropi	»	100
32 — Lavoro compiuto da un dato sistema di forze per un sistema generico di spostamenti	»	103
33 — Unicità della soluzione delle equazioni dell'equilibrio elastico	»	105
34 — Avvertenze relative alle forze concentrate.	»	106
35 — Appendice al capitolo IV — Applicabilità delle equazioni dell'equilibrio elastico, per ricavare le equazioni dell'equilibrio e del moto dei fluidi	»	108
A) Equilibrio statico	»	111
B) Moto. Equilibrio dinamico. Generalità.	»	111
C) Pressioni supplementari di viscosità o viscosse	»	112
D) Equazioni del moto	»	113
E) Energia dissipata per la viscosità	»	115
	»	117

Capitolo V — TEOREMI GENERALI SUL LAVORO NEI SOLIDI

ELASTICI ED APPLICAZIONI VARIE.

36 — Teorema di Clapeyron	»	119
37 — Teorema di reciprocità di Betti. Teorema di Maxwell	»	121
38 Lavoro mutuo di due sistemi di forze: Lavori virtuali: applicazione alla determinazione di forze incognite iperstatiche	»	124
39 — Caso particolare in cui il lavoro mutuo è zero: uno dei due sistemi non contiene forze esterne date, che compiano lavoro	»	128
40 — Secondo principio di reciprocità	»	131
41 — Interpretazione del secondo principio di reciprocità per il caso di un sistema elastico soggetto a costrizioni interne o coazioni elastiche provocate da cause diverse dalle distorsioni	»	134
42 — Esempi concreti di coazioni elastiche e di distorsioni ad esse equivalenti. — Cenni sulla massima generalità delle distorsioni adottabili	»	139
Osservazioni sulle distorsioni e sui relativi tagli	»	148
Osservazioni sulle deformazioni anelastiche	»	150

43 — Teoremi delle derivate del lavoro o di CASTIGLIANO.	pag. 153
<i>Primo teorema</i>	» 154
<i>Secondo teorema</i>	» 157
44 — Interpretazione ed applicazione del secondo teorema di CASTIGLIANO, nel caso in cui siano assegnati come variabili indipendenti spostamenti di alcuni punti, e forze esterne applicate in altri punti.	» 166
45 — Le equazioni determinatrici delle reazioni incognite iperstatiche, ricavate dai teoremi precedenti:	
<i>a)</i> Dal primo teorema di CASTIGLIANO	» 173
<i>b)</i> Dal secondo teorema di CASTIGLIANO generalizzato, (o teorema delle derivate complementari del lavoro)	» 178
45 bis — Nota su un'estensione dei teoremi di CASTIGLIANO.	» 183
46 — Teorema di MENABREA, o del minimo lavoro	» 184

PARTE II

IL PROBLEMA DI SAINT-VENANT

ANALISI DELLA DEFORMAZIONE E DELLE TENSIONI INTERNE
NEI SOLIDI ELASTICI PRISMATICI E CILINDRICI SOLLECITATI SULLE BASI

Capitolo VI — GENERALITÀ SUL PROBLEMA DI SAINT VENANT.

47 — Posizione generale del problema	pag. 139
48 — Il potenziale elastico, le tensioni principali e le linee isostatiche nel caso generale del problema di SAINT-VENANT	» 199
Dilatazioni principali — Equazioni di stabilità ..	» 206
49 — Generalità sulle soluzioni del problema di SAINT-VENANT e sulla loro portata pratica	» 209
Caratteristiche dei sistemi di forze esterne	» 211

Capitolo VII — SOLUZIONI PARTICOLARI DEL PROBLEMA DI SAINT-VENANT.

Sollecitazioni semplici:

50 — Estensione semplice (primo caso particolare)	» 216
51 — Flessione semplice (secondo caso particolare)	» 220

Tensioni interne. Dilatazione cubica. Potenziale elastico e lavoro di deformazione	pag. 227
Flessione deviata	» 229
Equazione di stabilità. Moduli di resistenza e relativo diagramma polare	» 231
Studio analitico della flessione deviata	» 234
52 — Tensione o pressione e flessione	» 241
Osservazione sulle condizioni di vincolo	» 244
Momenti di nòcciolo	» 245
Applicazione alla sezione rettangolare	» 247
Sezione di un solido prismatico capace di resistere soltanto a compressione	» 251
Note complementari sullo sforzo normale eccentrico. 53 — Torsione semplice (terzo caso particolare)	» 259
Equazione di stabilità	» 261
Potenziale elastico. Lavoro di deformazione	» 270
Cilindro a sezione retta circolare	» 271
Cilindro a sezione ellittica	» 273
<i>Ingobbimento della sezione trasversale</i>	» 275
<i>Distribuzione delle tensioni tangenziali</i>	» 277
<i>Prisma a base triangolare equilatera</i>	» 278
Altro caso particolare. Prisma a base rettangolare. Ingobbimento della sezione rettangolare	» 279
Sezioni cave nell'interno, ricavate dalle forme precedenti	» 289
Sezione a corona circolare	» 300
Sezione a corona ellittica (compresa fra due ellissi omotetiche)	» 301
Altre forme di sezioni in uso nella pratica	» 304
Sezione esagona regolare	» 304
Sezione trapezia ed in particolare triangola	» 305
Sezioni di ferri laminati	» 306
Analogie idrodinamiche per il caso della torsione semplice	» 308
Sezione cava compresa tra due contorni convessi senza punti angolosi, ed omotetici rispetto al comune baricentro dell'area racchiusa	» 314
Sezione cava, compresa tra due contorni convessi senza punti angolosi e paralleli (area anulare a larghezza costante)	» 316
Altre conseguenze delle analogie idrodinamiche	» 319

Sollecitazioni composte:

54 — Flessione composta — (ovvero flessione, taglio e torsione) quarto caso particolare	<i>pag.</i> 322
Divergenza e rotazione delle τ_z	» 332
Traiettorie delle tensioni tangenziali τ_z , e relative isocline	» 333
Lavoro di deformazione. — Fattore di taglio. Flessione composta per il cilindro circolare	» 333
Fattore di taglio χ per la sezione circolare	» 334
Traiettorie delle τ_z per la sezione circolare	» 337
Discussione dei precedenti risultati, in relazione ai vari valori di m	» 339
Avvertenza sull'applicabilità ai casi concreti pratici	» 342
Altri casi di trattazione relativamente semplice	» 345
Complementi sulla torsione e sul taglio rinviati in appendice	» 346
55 — Trattazione approssimata del problema del taglio Traiettorie delle tensioni tangenziali τ_z	» 347.
Lavoro di deformazione. — Coefficiente χ di forma (o fattore di taglio)	» 355
Aleune sezioni particolari (trattazione approssimata) <i>Sezione circolare</i>	» 356
<i>Sezione ellittica di semiassi m ed n sollecitata secondo n</i>	» 358
<i>Sezione ellittica sollecitata secondo un diametro generico s</i>	» 362
Aleune osservazioni generali sull'applicabilità della teoria approssimata, in relazione col principio della sovrapposizione degli effetti. — Criterio per il calcolo approssimato del taglio deviato (con asse di sollecitazione generico)	» 364
Concetto di centro di taglio	» 365
Legge di variazione del coefficiente di forma o fattore di taglio χ relativo ad un asse di sollecitazione generico	» 367
<i>Spostamento medio in una sezione per effetto del taglio; frecce dovute al taglio</i>	» 368
<i>Sezione rettangolare</i>	» 370
<i>Sezione triangolare</i>	» 374
<i>Sezione a corona circolare</i>	» 386
<i>Influenza del coefficiente di POISSON sulla distribuzione delle tensioni τ_z dovute al taglio.</i>	» 399
	» 403

<i>Tensioni nei punti angolosi rientranti (o concavi) del contorno</i>	pag. 403
56 — Trattazione approssimata del caso di flessione, taglio e torsione simultanei	» 404
57 — Altri casi di sollecitazione composta	» 405
Ricerca delle tensioni ideali massime in una data sezione ove esistono simultaneamente σ_x e τ_x	» 406
Tensioni ideali massime nella sezione circolare, soggetta a flessione e taglio, computate con la teoria rigorosa	» 419
Sezione circolare soggetta a flessione e torsione (senza taglio)	» 423
Calcolo di progetto diretto per una sezione circolare soggetta a flessione, torsione e taglio	» 426
Calcolo di progetto diretto per sezioni circolari e rettangolari soggette a flessione e taglio	» 429
a) Sezione circolare	» 429
b) Sezione rettangolare di dato « allungamento » $h : b = c$	» 430
c) Sezione rettangolare di data base b	» 431
d) Sezione rettangolare di data altezza h	» 431
Tracciamento delle linee isostatiche in particolari forme di prismi o cilindri soggetti a flessione e taglio	» 431
Prisma a sezione rettangolare soggetto a flessione e taglio secondo una mediana di lunghezza h	» 432
Cilindro a sezione circolare, soggetto a flessione e taglio. — Linee isostatiche sulla superficie cilindrica esterna	» 438
Elementi superficiali soggetti a sola tensione tangenziale e loro sviluppi. — Traiettorie delle tensioni tangenziali pure	» 443
Prisma a sezione rettangolare, come a pag. 432	» 446
Cilindro a sezione circolare, come a pag. 438	» 448
Tensioni tangenziali principali (massime) e relative traiettorie	» 452

APPENDICE

Complementi sulla flessione composta completa (flessione, taglio e torsione) e sui casi particolari semplici	pag. 453
--	----------

I — Torsione pura, (o semplice). — Ulteriori espressioni delle tensioni tangenziali. — Equazioni delle traiettorie.	
Analoga di PRANDTL o della laminetta flessibile	pag. 463
Variante di GRIFFITH e TAYLOR	» 466
Cenni sulla determinazione numerica approssimata delle funzioni Φ e Ψ sopra definite	» 469
Alcune applicazioni: sezione a contorno ellittico, o compresa tra due ellissi omotetiche	» 471
Sezione triangola equilatera	» 473
Sezione rettangolare	» 476
Altre generalità sulla determinazione approssimata delle funzioni Φ e Ψ ; — estensione al caso di sezioni a connessione multipla (con cavità interne)	
Contorni con punti angolosi	» 478
Esempio di sezione doppiamente connessa: — Sezione cava compresa tra due ellissi concentriche e coassiali, non omotetiche	» 481
Corona circolare eccentrica.	» 481
»	» 490
II — Flessione composta pura (flessione e taglio senza torsione)	» 494
Analoga di GRIFFITH e TAYLOR.	» 499
Cenni sulla determinazione approssimata delle funzioni Φ e Ψ	» 499
Osservazioni sulle funzioni polidrome che si presentano per sezioni a connessione multipla	» 499
Determinazione dei coefficienti o parametri incogniti della combinazione lineare	» 501
Verifica dell'approssimazione raggiunta	» 502
Risultante e momento risultante delle forze tangenziali	» 503
Centro di taglio. — Procedimento analitico per trattare il taglio obliquo	» 505
Lavoro di deformazione. Fattore di taglio	» 506
Esempi di applicazione a forme particolari di sezioni	» 507
Sezione rettangolare (sollecitata a taglio lungo una mediana)	» 507
Sezione a corona circolare	» 509
Corona ellittica, compresa tra due ellissi omotetiche, sollecitata a taglio secondo uno degli assi.	» 512

<i>Sezione cava compresa tra due ellissi concentriche e coassiali non omotetiche</i>	<i>pag.</i> 512
<i>Sezione a corona circolare eccentrica:</i>	
a) <i>Taglio agente normalmente alla retta dei centri</i>	» 516
<i>Osservazioni sulle tensioni massime, sul centro di taglio e su una condizione di ottima utilizzazione della sezione, per sollecitazione di taglio e torsione</i>	» 520
b) <i>Taglio agente lungo la retta dei centri</i>	» 520
<i>Osservazione sui contorni con punti angolosi</i>	» 525
III — <i>Flessione composta completa (flessione, taglio e torsione simultanei)</i>	» 525
<i>Distribuzione di tensioni e deduzione da essa delle componenti di spostamento</i>	» 525
<i>Bibliografia sugli argomenti dell'Appendice</i>	» 531
<i>Fonti principali</i>	» 533

ERRATA - CORRIGE

Pag.	Rigo	Errata	Corrige
1	23	nella di Statica	nella Statica
16	17	$\xi' = \zeta + \frac{\partial u}{\partial z} \xi + \dots$	$\xi' = \xi + \frac{\partial u}{\partial x} \xi \dots$
18	2	$\varepsilon_a = \frac{a' - a}{a}$	$\varepsilon_a = \frac{a' - a}{a}$
26	14	DEFORMAZIONE RIGIDA	DEFORMAZIONE PURA
26	18	$2p = \frac{\partial w}{dy} - \frac{\partial v}{dz}$	$2p = \frac{\partial w}{dy} - \frac{\partial v}{dz}$
38	3 dal basso	$\operatorname{div} F dv =$ V	$\int_V \operatorname{div} F dV =$
40	14	$\rho F \operatorname{grad} p$	$\rho F = \operatorname{grad} p$
40	19	$\int_V \rho F dV = \int_S \bar{p} n dS$	$\int_V \rho F dV = - \int_S \bar{p} n dS$
68	ultimo	sei	cinque
82	3	$\varepsilon_n = - \varepsilon_n =$	$\varepsilon_n = - \varepsilon_n =$
86	5 dal basso	$\dots + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yx}}{\partial x}$	$\dots + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yx}}{\partial x}$
122	3 dal basso	<i>ema</i>	<i>ema-</i>
123	12	$L_{a \ b}$	L_{a+b}
122	20	L'_{ab}	L'_{ba}
123	22	$L'_{ab} = L'_{ab}$	$L'_{ab} = L'_{ba}$
149	21	enunciati	enunciati
217	7	$u = \frac{1}{m} \dots$	$u = - \frac{1}{m} \dots$
260	20	$\Delta V = A \Delta l = \frac{N_z l}{E}$	$\Delta V = \left(1 - \frac{2}{m}\right) A \Delta l =$ $= \left(1 - \frac{2}{m}\right) \frac{N_z l}{E}$

Pag.	Rigo	Errata	Corrige
273	19	$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \alpha_y$	$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \alpha_y$
290	6	$\dots - \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \dots$	$\dots - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^3$
»	16	$\dots - \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \dots$	$\dots - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^3$
291	1, 2, 3, 4	$\dots - \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \dots$	$\dots - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^3$
291	7	$\frac{\tau_{y/z}}{\tau_{z/x}}$	$\frac{\tau_{y/z}}{\tau_{z/x}}$
304	13-14	(284)	(285)
»	15	(284 bis)	(285 bis)
»	17	(285)	(285 ter)
332	12	$\frac{T_y}{I_x} y$	$\frac{T_y}{I_x} y$
334	17	(322 bis)	(323 bis)
337	17	$\frac{T}{\pi r^2}$	$\frac{T}{\pi r^2}$
347	1	problema	problema
»	2	preannnnziata	preannunziata
350	24	facilmente	facilmente
360	2	$\sqrt{r^2 - y^2}$	$\sqrt{r^2 - y^2}$
458	5	necessariamente	necessariamente.